



TITLE:

沈殿池の設計・操作に関する基礎的研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

芝, 定孝

CITATION:

芝, 定孝. 沈殿池の設計・操作に関する基礎的研究. 京都大学, 1974, 工学博士

ISSUE DATE:

1974-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r2611>

RIGHT:

沈殿池の設計・操作に関する基礎的研究

昭和48年12月

芝 定 孝

沈殿池の設計・操作に関する基礎的研究

昭和48年12月

芝 定 孝

序 文

近年、地球をとりまく水圏あるいは大気圏などの環境汚染には著しいものがある。我々、工学者とくに衛生工学者は従来の価値体系のみから判断した生産活動に関与するだけでなく、より広範な種々の価値観を考慮した生活環境全般の問題とあるいは人類の幸福とは何かという最も厳肅な問題とも真剣に取り組むことを迫られている。そしてこの種の万物の生命現象に直接あるいは間接に係わる問題に対しては、もはや姑息な解答を与えることでは済まされなくなっている。したがって、工学者はいわゆる物質文明における加工生産活動の推進者たることに甘んじることなく、それと双対的に（表裏一体の問題として）より自然な生活環境の回復を推進せしめる社会的使命が課せられていることをしっかりと認識すべきである。このような社会の現状をふまえて本論文の内容を一言で述べると「水圏における環境汚染防止と生活における水需要の増大にささやかながら対処するために、水処理施設で最も広く使用されている沈殿池の設計と操作の改善あるいは最適化に関する問題を取り扱ったものである」と言える。

本研究では沈殿池内の流動特性に関して、乱れによる浮遊粒子の混合現象と沈殿物の沈殿池底面からの再浮上現象に基礎を置いて、沈殿池モデルを組み立てている。そして研究の展開上、沈殿池モデル中で用いている種々のパラメータの数値を示してはいるが、あくまでも沈殿池の最適設計と最適操作の方法論あるいは理念を明かにすることが主眼であり、単にパラメータの値そのものを求めたり、あるいはその他の結果を数値で示すことを目的としているのではないことをあらかじめ明記しておく。

本論文の構成は全部で6章から成っている。第1章は従来の研究について、本研究の内容および位置づけを明確にするために沈殿池内流動の面から若干の考察を加えたものであるが、この種の問題を取り扱ったものは見当たらないので沈殿池問題を把握する上で役立つものと思われる。第2章は本研究で用いられる沈殿池モデルの物理的な意味およびその誘導過程を明かにしたものである。第3章は沈殿池の設計における最適水深の決定法について、第4章は沈殿池の非正常特性について解析したものである。第5章は非正常最適操作の方法について、従来の固定容量の沈殿池の概念にはとらわれずに可変容量型の沈殿池操作を基に考察したもので、第6章においては本研究によって得られた成果および問題点などについて考察を加えている。

1973年7月31日

芝 定 孝

目 次

第1章 結 論	1
1-1 概 説	1
1-2 従来の研究とその動向	2
1-3 本研究の目的と方針	5
1-4 理想沈殿池と実在沈殿池	6
1-4-1 理想沈殿池	6
1-4-2 実在沈殿池	8
1-4-3 実在沈殿池の改良と理想沈殿池化	21
1-5 要 約	22
参考文献	23
第2章 沈殿物の再浮上を考慮した沈殿池モデル	29
2-1 概 説	29
2-2 沈殿池モデルに対する基礎方程式と境界条件	29
2-2-1 沈殿池内の浮遊物質に対する基礎方程式	29
2-2-2 基礎方程式に対する境界条件	36
2-3 2次元定常分布系モデルによる池内濃度分布の予測	40
2-4 数値実験による検討	43
2-5 再浮上パラメータ k に対する模型沈殿槽による実験的検討	49
2-6 要 約	58
参考文献	59
第3章 沈殿池の最適水深の存在と最適設計	64
3-1 概 説	64
3-2 定常1次元モデルと最適水深	65
3-3 沈殿池の最適水深決定への応用	72
3-4 模型沈殿槽による実験的検討	76
3-5 要 約	78
参考文献	78
第4章 沈殿池の非定常特性の解析	80

4-1	概 説	80
4-2	1 次元非定常分布系モデルとステップ応答	80
4-2-1	ステップ応答	80
4-2-2	過渡特性の数値実験による解析	83
4-3	1 次元非定常分布系モデルと正弦波入力に対する応答	93
4-3-1	正弦波入力に対する応答	93
4-3-2	非定常特性の数値実験による解析	96
4-4	1 次元モデルの伝達関数による周波数応答	107
4-4-1	伝達関数と利得および位相のずれ	107
4-4-2	周波数応答による解析	109
4-5	要 約	114
	参考文献	114
第5章	沈殿池の非定常操作	116
5-1	概 設	116
5-2	沈殿池に対する集中系モデル	117
5-2-1	集中系モデル	117
5-2-2	沈殿池の非定常操作のシミュレーションとその評価	121
5-3	沈殿池の非定常最適操作	134
5-3-1	非定常最適操作の方法	134
5-3-2	数値実験による検討	138
5-4	要 約	147
	参考文献	147
第6章	結 論	148
6-1	主要な成果と今後の問題点	148
6-2	沈殿池モデルの応用について	149
	参考文献	151
付 録		152
A-I	乱流拡散係数 E_x , E_z の算定法	152
A-II	式(5-5)と式(5-7)の誘導	156
	参考文献	159

第 1 章 緒 論

1-1 概 説

大量かつ比較的濃度の薄い浮遊物質を含む溶液を重力沈降によって沈殿処理する方法は飲料水の清澄に始まる最も古い単位操作の一つであり、¹⁾ 紀元前何世紀にも溯り古代文明人とくに中国人が濁水の清澄に実用化していた方法である。²⁾ 水の沈殿処理は今日ではこのような、いわゆる飲料を目的とする水の浄化のみならず、工業用水あるいは下水や産業廃水の処理などに広範囲にわたって用いられ、あらゆる水処理施設において必ず組み合わせられている単純かつ経済的な処理方法である。現代では非常に多種多様化した流入原水に対して処理を施すので、それぞれの目的に応じた機能を有する水処理装置が要求されるようになり、その設計方法なども多種多様化せざるを得なくなっている。^{3)~8)} たとえば、同じ沈殿処理をするにしても、懸濁液の濃縮脱水 (thickening) を主目的とする沈降濃縮槽 (thickener) と懸濁液の清澄 (clarification) を主目的とする沈殿池 (sedimentation basin) とは、おのずから、その設計あるいは操作は異なってくるものと思われる。本論文では、もっぱら比較的低濃度の浮遊物質が懸濁する水の清澄を目的とする沈殿池について論じることとする。

また、液体中に懸濁している固体粒子の沈降特性は懸濁粒子の濃度や粒子相互間の凝集性などによって非常に相異なるものである。しかし、固体粒子の濃度が比較的希薄な懸濁液においては、各粒子あるいはフロックが自由沈降を行う清澄領域がある。^{9), 10)} この領域では懸濁物質が単粒子であっても、完全な凝集状態となっているフロックであっても、安定な懸濁質となって、その沈降過程においては、もはやその沈降特性を変化させることはない。本論文で対象とする浮遊粒子はその沈降特性がこのような自由沈降で説明できる場合に限っている。

現代の水処理に用いられる沈殿池ではバッチ操作されるものは極めて少なく、殆どが連続的に処理操作されている。しかし、沈殿処理が連続的に行われる沈殿池では、バッチ的に処理の行われる沈殿池には見られないような、浮遊粒子の沈降特性に関するものとは別の無視しえない種々の問題が存在する。その問題は連続的な処理に伴い生じる沈殿池内の種々の特異な流動特性であるが、この流動特性は沈殿池の浮遊粒子除去機能に大きな影響を及ぼすので、単に粒子の沈降特性のみを考えて、設計あるいは操作を行うことはできない。^{11), 12)} しかも連続的に操作されている沈殿池においては、むしろ池内の流動特性が除去効率に対して支配的な因子となっていることが多い。ところが、沈殿池の内部の流動に関しては、定性的な記述はあっても、これを定量的に捉えた研究は非常に少ない。ただ、そのなかで、1900年代初期における理想沈殿池に対する Hazen の第 1 公式および完全混合槽に対する Hazen の第 2 公式は有名である。¹³⁾ 1900年代中期には乱流混合の概念を導入した拡散方程式を用いる解析方法が出現したが、^{14)~17)} なお、沈殿池内の流動に関する研究は非常に少ない。池内の特異な流動特性としては、乱流による流体混合の他に短絡流、循環流、死水域あるいは水面付近に見られる偏流などがあり、非常に複雑な流れの様相を呈するのが常である。さらに、このような流れの場で浮遊物質が沈降する場合には、乱れによる浮遊粒子の混

合の他に、一度、沈殿池底面に沈殿した粒子が再び浮上して、浮遊粒子となる現象が存在し、問題は一層、複雑となる。^{18), 19)} 本論文ではこれらの流動特性のうち沈殿池除去効率に重要な影響を与えらると思われる因子として、特に乱れによる浮遊粒子の混合と沈殿池底面からの沈殿物の再浮上を取り上げ、除去効率算定の基礎方程式に導入している。

1-2 従来の研究とその動向

沈殿池は今日あらゆる水処理施設において必ず加えられるエレメントの1つ¹⁾で、古くから用いられている最も簡単な水の浄化装置であるが、現在のところその機能に関する定量的かつ理論的な研究となると非常に少ないようである。しかし、今までの沈殿池理論の研究における問題点を過去および現在の研究状態から明かにし、今後の研究方向を定めるにはその文献的考察はぜひ必要なことと思われる。というのは対象となる研究自身はそれがおかれている種々の過去および現在の環境により、その意義、価値、目的あるいは方法などは相対的に変化するものと考えられるからである。そして、このような考察の結果によって沈殿池理論の研究はいわゆる古くて新しい問題であることが明かにされよう。しかし、沈殿池の過去および現在の研究を体系的に述べた書物となると皆無に等しい。そこで本章において主なる既往の沈殿池理論の研究について流動特性に関するものを中心に考察する。この様な考察はまた、次章以下に述べる本研究の沈殿池研究において占める位置あるいはその意義を明確にする助けとなるであろう。

古い時代のものについては本研究の性格上あまり意味がないと思われるので、1900年代以後の研究について述べることにする。沈殿池の除去効率あるいは、沈殿池内の流動特性を定量的に捉えようとした研究は1904年のHazenの論文“On Sedimentation”に始まる。¹³⁾ 彼の論文は全部で15の proposition からなり理想沈殿池の他に、実在の沈殿池（以下実在沈殿池という）で生じている流動特性や沈降特性に関する種々の現象について詳細に論じており、後に乱流理論および coagulation を中心とした、沈殿池理論の研究者にとって New Testament ともいべき Camp の論文¹⁵⁾ が発表されるまでは、この Hazen の論文はあたかも Old Testament として沈殿池研究者に強い影響を与えたようである。この様子は Hazen が “On Sedimentation” を発表後、約 70 年を経た今日においても、沈殿池設計において実際に用いられる考え方は当時の論文に見られるものから殆ど進歩していないことにもうかがわれる。Hazen の功績の第一は非常に単純な形で設計に簡便な理想沈殿池の定量的な把握を試みると同時に、一方では沈殿池設計上で不備な理想沈殿池理論を補う意味で、実在沈殿池の定量的な記述へのアプローチとして流体の完全混合という概念を導入したことにある。Hazen の完全混合の概念は後に Slade²³⁾ や Fair²⁴⁾ 等にも受け継がれている。一方、Hazen の理論と同様にやはり池内の流体混合に着目するのではあるが、もう 1 つのアプローチとして沈殿池内の浮遊物質の輸送に拡散方程式を応用する解析方法が、1940 年代から 1950 年代初頭にかけて Dobbins,¹⁴⁾ 合田^{16), 17)} らによってあいついで発表された。これらは明かに、1930 年代頃から著しい進歩を見せた、河川のような流水における浮遊物質の輸送に対する乱流理論の適用を試みた、水理学や河川工学における種々の研究の影響を受けたものである。^{25)~27)} 沈殿池理論における産業革命たる完全混合理論の導入に対し、この乱流混合理論の出現は沈殿池解析法における技術革新の到来ともいべきものである。これは沈殿池理論の研究に対して 1 つの新しい方法を提供し、以後の沈殿

池研究をさらに高度なものへと発展さす基礎をなした。しかし、実用という面では、その高度な理論的内容を含む複雑な数式と相まって、当時としては今日ほど電算機は普及しておらず、計算に相当手数がかったようで、その理論的健全さにもかかわらず、現場の技術者たちには敬遠されたものと思われる。これらの研究は、いずれも、沈殿池内の流れは一様で等速であるとしており、死水域や短絡流、循環流あるいは偏流などの影響は合田の死水域に対する考察の他は考慮していないようである。また、これらの混合以外の要因については殆どの研究者は定性的な記述に終始しており、これらが除去効率に及ぼす影響を定量的に論じたものは、1960年代に現われた中川の混合および短絡流に関する研究^{28)~30)}以外には、殆ど見当たらないように思われる。ともあれ、いわゆる仮想的な理想沈殿池理論から脱却して、実在沈殿池において現実が生じている現象の記述を行なおうとする試みは、このような流体の混合という概念を導入することから開始されたのである。

しかし、Dobbins、合田、中川らのこのような敬服に値すべき研究成果があるにもかかわらず、実際の沈殿池設計の基礎的な考え方としては、理想沈殿池の仮定が今日でもなお通用しているという驚くべき現状にある。³¹⁾このことは、Hazenの沈殿池理論がこれらの研究に優るといよりも、上述のような複雑な沈殿池流動の理論的研究を実際の沈殿池に適用する場合には数理上の困難さが存在することを示すものと思われる。これは、また、沈殿池ほど基本的で到る処で用いられているポピュラーな水処理施設はないのにもかかわらず、沈殿池に関する理論的研究が非常に少ないという結果となって現われているともいえよう。沈殿池の理論的研究の希薄さが目立つのはなにも近年だけのことでなく、従来においても見られることで、決して、沈殿池について理論的研究がし尽くされ、研究の余地が無いことを示すものではないものと思われる。沈殿池は非常に単純な設計理論を用いているのとは逆に、むしろ非常に複雑で扱い難い研究対象であり、水処理装置の中でこれほど理論的あるいは、その定量的な研究において未解決部分の多い対象はないとも言えるであろう。

浮遊粒子そのものの沈降特性についても実在沈殿池の除去効率を述べるに当たっては非常に重要である。しかし、本研究では沈殿池特性を内部の流動特性と関連して述べることに重点を置いているために、浮遊粒子の沈降特性は議論の対象外としている。ただ、粒子そのものの沈降特性については、沈殿池流動にくらべ、わりに手軽にピーカースケールの実験などが行なえることもあってか、占くからかなり多くの研究がなされている。^{32)~38)}

沈殿池内の流動に関する理論的研究の基礎は理想沈殿池であり、従来から実在沈殿池が理想沈殿池とどのように異なっているかを把握しようとして、多くの研究が行われてきたが、それらの研究の殆どは定性的な記述の域から出ることではなく、定量的な記述をなしたものは数えるほどもないようである。しかし、一方では、このような実在沈殿池の理想沈殿池からのズレの把握に重点を置いた、いわば自然現象の記述にとどまるという消去的な態度から理想沈殿池理論の運用に当って流入部、流出部の設計理論などに見られるごとく積極的に理想沈殿池状態を現出せしめるという試みがなされている。^{39),40)}この試みは現実甘んじて服従するのではなく、逆に現実を理論に合うように改造するという最も Engineer 的な方法として評価されよう。ここでいう実在沈殿池の理想沈殿池化は、例えば、上述のごとく沈殿池の流入部や流出部における流れの一様化あるいは整流板や導流板の挿入による沈殿池内部の流れの整流などによって行なわれ

ている。さらに、また、従来の理想沈殿理論あるいは混合槽理論による設計にとどまらずに、進んで高能率化をはかろうとし、傾斜板^{41)~47)}や沈殿管^{48)~50)}を導入した沈殿池に関する研究もなされている。

ところが、1904年のHazenに始まる理想沈殿池の理論でさえ、実際の沈殿池の設計理論として取り入れられるようになったのはCampが「沈殿池は tank volume でなく tank area で設計すべきである」と精力的に唱え始めた1930年頃以後のことである。それまでは主として tank volume あるいは detention time で設計が行われていたようである。⁵¹⁾ tank area あるいは overflow rate による設計理論は沈殿物質が floc を形成する場合にでも、それが沈降速度差による floc 形成であれば理論的に適用可能なことがCampによって示され、⁵³⁾ あらためて overflow rate による沈殿池設計の実用性が強調された。またCampは沈殿池内の水平流速の速度勾配によって floc が形成される場合^{54)~57)}については、同一の overflow rate の沈殿池では、scour の影響を考えないかぎり水深は小さいほど除去能率が良いことを示し、shallow long basin の普及にもつとめた。^{53),58)} しかし、このようなCamp流の overflow rate による沈殿池設計理論に対してFitchは主として実験的検討から、特に floc を形成する場合には、detention time で設計すべきであることを論じ、Campの考え方とは真向から対立した意見を述べている。⁵⁹⁾

理想沈殿池理論は、1940年代中頃から1950年代初めにかけて、DobbinsをはじめとするCampや合田の乱流拡散理論の導入による新しい研究の出現により、その存在の影は薄くなったように思えたが、その後1953年にCampが再び沈殿池設計理論において overflow rate の重要なことを指摘したことに端を発し、⁵³⁾ 次いで、Fitchの理想沈殿池に関する非常に一般的かつ理論的にも興味ある研究が発表されるにおよび、⁶⁰⁾ 1950年代には再び理想沈殿池論が活発に論じられるようになった。また、実在沈殿池について水平面内の short-circuiting や鉛直面内の short-circuiting (沈殿池においては通常、鉛直面内の流れは、表層流としては温度密度流により、底層流としては濃度密度流により生じるので、density current⁶¹⁾と総称することが多い)などのいわゆる偏流に関する理論的検討が定性的にはあるが行なわれはじめた。そして density current についてはFisherström⁶²⁾やFitch⁶⁰⁾は scour を考慮しないかぎり除去効率に影響を与えるものとはならないことを示したが、この結果は沈殿池の除去効率の算定に際しては非常に重要なものである。同じころIngersol⁶³⁾が沈殿池特性の比較は粒子特性をも考慮に入れて行なうべきであると主張した。そして彼は沈殿池特性の比較の尺度に overflow rate に代るものとして overflow residual efficiency を提案したが面倒な粒子の沈降分析を必要とするためか実用化はされていないようである。Ingersolはまた沈殿池底面からの沈殿物の scour についても検討を行ない、Campが、Shieldの限界掃流力にもとづいて、求めた沈殿池底面における沈殿粒子の scour 発生の限界流速に対して、乱れに起因する puff による scour 発生の理論を提案し、沈殿物の scour はCampが示した流速よりも、もっと小さい流速でも生じ得ることを主張した。しかし、これらの偏流や scour の研究はいずれもまだ沈殿池除去効率に結びつけるには至らなかった。

このように、沈殿池流動に関する理論的研究は国外においても非常に少なく、かつ定性的であるが、我国においても、この例外ではない。定性的な記述や実験データの提示はあっても、理論的なものは非常に少なく、沈殿池内の乱れによる浮遊物質の拡散を導入した合田の研究が目立つ程度であった。しかし、1960年代に入り中川は混合²⁸⁾および短絡流、偏流²⁹⁾に関して理論的研究を行ない、縦断面的短絡流と

水平面的偏流のある場合の沈殿池の除去効率式を導き、また導流壁式、中間整流壁式、平行2階槽式、折返し2階槽式などの種々の型式の沈殿池について、理想沈殿と完全混合および、これらの中間の混合状態に対する実験的検討^{30), 64)}を行ない、それぞれの混合状態に対する除去効率式を導いた。沈殿池内の密度流と死水域に関する流体力学的に精緻な研究としては、粟谷および楠田の理論的研究⁶⁵⁾があげられるが、沈殿池除去効率を算定するまでにはいたらず、単なる現象の記述にとどまっている。これまでの乱流混合あるいは密度流と死水域に関する研究はいずれも、どちらかと言えば、沈殿池内の流動そのものの現象の記述に重点がおかれ、沈殿池が水処理プラントの一部を形成するエレメントであるという認識は低かったように思われる。これまでの上記のような研究に対して新しい研究の方向として、高松および内藤は沈殿池をバッキ槽などとともに水処理プラントの一部として、その最適化を計るという明白な目標の設定をなし、その目的に合わせたモデルの形成を行なうという考え方から、流体混合を主現象として沈殿池に一次元拡散モデルを適用することを提案した。^{66)~69)}また、非定常運用時における水処理施設の弾力化という、沈殿池機能の別の側面に注目した研究として、横からの流入を伴う水流に関する末石の研究^{70), 71)}と、その特性曲線法による解法とを沈殿池の短絡流に結びつけた住友の研究⁷²⁾がある。このように沈殿池理論の研究は単純な理想沈殿池に対する研究から出発して、より厳密な現象の記述を行なうための研究という段階を経て、種々の沈殿池構造物の改善による実在沈殿池の理想沈殿池化という最も工学的な設計理論の研究へと推移してきた。そして、現在では、さらに内藤、住友らの研究あるいは本論文第2章以下の研究にも見られるごとく、システム工学の発展に刺激され、沈殿池研究は水処理トータルシステムへのサブシステムとしての埋没という新しい発展方向に沿って、単なる沈殿池の静的な設計にとどまらず、その動的な操作をも考慮する段階に至ったようである。

1-3 本研究の目的と方針

我々の日常生活における近年の急速な水に対する需要の増大と、水圏における水質汚濁の進行は水不足を非常に深刻なものとしている。また、その上に、このような必需物質（生存のための基質）としての水に対する需要の他に水圏環境の保全という別の面からの、人々の水に対する質的および量的な関心も急速に高まってきている。^{20), 21)} その結果、地上では限りある水資源の高度利用は避けられない問題として提起されており、もはや、かつて浪費を象徴した「湯水のように…」という言葉さえも死語と化した感がある。水処理施設のエレメントである沈殿池における浄化効率の改善により、このような水処理問題における質的な要求に少しでも答えることができれば幸いなことである。その場合、このような水質あるいは水量に対する要求からは、わずかな水質の浄化効率の変化も問題となるものと思われ、従来から行なわれている大雑ばな沈殿池の設計あるいは操作であってはならず現象論的にもより忠実な設計、操作が望まれるのは当然の成行きである。そこで、本論文の目的は、沈殿池内流動特性に関連して浮遊物質の挙動をより忠実に表現するという意味で、とくに池内の浮遊物質の乱流混合と底面からの沈殿物の再浮上とを考慮して、沈殿池モデルを組み立て、沈殿池の最適設計、最適操作について、方法論を中心に考察するところにある。

また、沈殿池は水処理施設において最も基本的な処理装置として、到る処で用いられているにもかかわらず

らず、その内部における流動と関連した沈殿除去効率に関する理論的研究は少なく非常に立ち遅れている。本論文のもう1つの目的は沈殿池内流動特性と沈殿除去効率に関するこのような理論的研究の希薄さを少しでも補うことにもある。

本論文では、沈殿池は水処理システムにおける1つのエレメントであるという観点より、注目する現象を沈殿池モデルに導入する際にはモデルの使用目的に合わせた可能なかぎり簡単な形で表現することを目ざしており、モデルはできるだけ取扱い易い形のものとなるようにしている。このようなモデルに対する方針では、数式的な取扱いに関していえば、沈殿池の設計そのものに重点を置いた場合と、沈殿池の非定常操作に重点を置いた場合とでは異なったモデルを使用した方が解析しやすいであろう。そこで、本論文では、たとえば最適水深の検討に対しては分布系モデルを用い、非定常最適操作の検討に対しては集中系モデルを用いている。

現在のところ、水処理施設における沈殿池に対する非定常最適操作については、操作という概念すら存在しないように思われる。沈殿池の操作については、沈降特性に関するものと池内の流動特性に関するものが考えられる。沈降特性に関しては、たとえば薬注量の操作を行なうことが可能であり、池内流動特性に関しては、流出水量の操作を行なうことが可能である。静的な沈殿池の設計では、ただ、ひたすら乱れによる混合を小さくすること、池内の安定化をはかること、沈殿物の再浮上を押えることなどに意を注ぎ、それらが沈殿池設計のポイントとなっている。²²⁾ 一方、沈殿池をサブシステムと見なした場合、あるいは、いわゆる動的な設計操作を考慮した場合には、静的な設計ポイントとして挙げられた事柄に対して要求された水準は、いずれも流入水あるいは要求される水質などの状況に応じて、変化すべきものであると思われる。したがって、沈殿池の設計あるいは操作は、その運用の仕方によって変化するべきものであることに注目しなければならない。本論文の第2章以下とくに第5章では、このような沈殿池に対する考え方がその背景として存在することが、本章で考察した従来の沈殿池研究の流れと対比して把握されよう。

1-4 理想沈殿池と実在沈殿池

1-4-1 理想沈殿池 (Ideal basin)

沈殿池内の流動に関する研究は理想沈殿池に始まり理想沈殿池に終わると言っても過言ではない。したがって理想沈殿池の概念を把握することは沈殿池の理論研究を行なう上で非常に重要なことである。しかし、理想沈殿池の定義は各研究者により、各人各様それぞれ少しずつ相異しており、その提唱者を明かにせねば理想沈殿池の概念を明確にすることはできない。そこで、種々の理想沈殿池の定義のうち主なるものを年代順に検討してみよう。

(I) Hazen の理想沈殿池 (1904)¹⁸⁾

実在の沈殿池の内部ではその流れおよび浮遊粒子は非常に複雑な流動特性や沈降特性を呈するが、Hazen は彼の沈殿池の理論的研究において、除去効率に対する取扱いは2つの普遍的仮定を設けることにより、極めて簡単な形で取扱えることを示した。Hazen の理想沈殿池の仮定は最初、バッチ式の沈殿池操作を行なう場合に対して設定されたものである。しかし、この仮定は彼のバッチ・モデルおよび連続流モデルの両方に適用される基本的な仮定で次の2つから成り立っている。

(1) 一度底に沈着した浮遊物質は底面上を移動することもないし、また再び底から浮上することもない(普遍仮定1)。

(2) すべての浮遊物質は同一の沈降速度を有する(普遍仮定2)。

これら2つの仮定のもとに浮遊物質を含む水が静止の状態を保っているバッチ式の理想沈殿池に対して有名な Hazen の第一公式を導いた。それは、水面から水底までの沈降時間が t_p である粒子が $t_p > a$ なる沈降時間 a 後に沈殿池内に浮遊物質として残留する割合 x は

$$x = 1 - a/t_p \quad (1-1)$$

で与えられるというものである。この結果は後に多くの研究者および技術者が沈殿池の除去効率算定に使用しているが連続流式の場合にも理想沈殿池であれば全く同じように成立する。この Hazen のバッチ式の理想沈殿池は後に Camp が「連続流式の理想沈殿池はそれと同じ深さの容器内における静止沈降と丁度同じような沈降現象がその内部で生じているような仮想的な沈殿池として捉え得る」という考え方に導くものになったものである。特に、(1)の条件は以後の理想沈殿池論においても受け継がれている。

(II) Camp の理想沈殿池 (1946)¹⁹⁾

Camp は連続流式の沈殿池に対して、その沈殿池と同じ深さの容器内における静止沈降と全く同じような沈降現象が生じている仮想的な沈殿池を考え、それを連続流式の理想沈殿池とした。このような理想沈殿池の満すべき条件は、

- (1) 流れは水平で settling zone 内のすべての点での流速は等しい(すなわち水のすべての粒子は settling zone 内に理論滞留時間と同じ時間だけとどまる)。
- (2) settling zone の流入端における鉛直断面内の浮遊物質濃度は均一である。
- (3) 一度 settling zone の底に到達した粒子はすべて除去され、二度と浮遊して浮遊物質となることはない。

上の条件は連続流式の沈殿池を inlet zone, settling zone, outlet zone, sludge zone の4つに分けて、settling zone のみが沈降に対して有効な部分であると考えて与えた条件である。Camp の理想沈殿池では Hazen が規定したような浮遊物質がすべて同一の沈降速度を有するというような条件は設けず、粒子に沈降速度分布がある場合の除去効率を求めている。また Camp は後に凝集が浮遊粒子の沈降速度差によって生じる場合には、そのような floc に対しても理想沈殿池理論が適用できるとした。Camp の理想沈殿池に対する除去効率式は粒子の沈降速度を v 、overflow rate を v_0 とし、 $C_{r,0}$ を $v < v_0$ なる粒子の濃度分布、 r_r を除去効率とすると、

$$r_r = (1 - C_{r,0}) + \frac{1}{v_0} \int_0^{C_{r,0}} v dC_r \quad (1-2)$$

で表わされる。 $(1 - C_{r,0})$ は v_0 よりも速い沈降速度を有する粒子に対する除去率に相当し、 $1/v_0 \int_0^{C_{r,0}} v dC_r$ は v_0 より遅い沈降速度を有する粒子に対する除去率に相当する。除去率 r_r は settling zone の水面積 A で流量 Q を割った overflow rate v_0 の関数ではあるが、沈殿池の水深には無関係であることを示し、滞

留時間は理想沈殿池の除去効率に影響を与えないことを強調した。

Hazenの理想沈殿池では粒子の沈降速度はすべて同一であるという条件を与えていたが、Campはそれを取り除き理想沈殿池の概念を拡張した点に注目すべきであろう。理想沈殿池といえば通常このCampが定義した理想沈殿池を指すようである。

(III) Fitchの理想沈殿池(1956)⁶⁰⁾

Fitchの理想沈殿池はその条件がとくに流動特性に関しては、それまでの理想沈殿池理論における条件よりも非常にゆるめられたものとなっているのが特徴である。その妥当性については、なお十分な検討が行なわれる必要があるものと思われるが、理想沈殿池理論において新しい考え方を示したものであることには違いない。その条件は

- (1) 沈降粒子はそのまわりの流体とは無関係に一定の速度で沈降する(ただし、hindered settlingやfloc-culationの生じる場合は除く)。
- (2) 底に沈殿した粒子は再浮上しない。
- (3) flow pathの混合は無視できる、すなわちstreamline flowとする(沈殿池の形状は任意でよくしたがつてstreamlineは曲がっていてもよいし、流速も各点において一定でなくてもよい)。

この理想沈殿池は非常に一般化されたもので、とくにその流動に関する条件(3)は大幅にゆるめられているが、この条件に対する理論的な証明はFitchによって与えられている。(3)の条件が理想沈殿池についても妥当なものであるならば、短絡流とくにscourを伴わない場合の密度流が存在する沈殿池において、そのような密度流が除去効率に影響を及ぼすか、及ぼさないかという問題に関連して(3)の条件は重要な意味をもってくる。すなわち短絡流そのものについては沈殿池効率への影響を特に考慮しなくてもよいこと、したがって、流れに平行な鉛直面内については、短絡流そのものでなく、それによって強化される別の効果である乱流混合およびscourのみを考えればよいことを意味する。

(IV) 土木学会水理公式集による理想沈殿池(1971)³¹⁾

我国の土木学会で採用されている理想沈殿池の定義を参考のために水理公式集から引用しておく。その内容はCampの理想沈殿池と殆ど同じである。

- (1) 流れの方向が水平であり、沈殿帯のすべての部分で水平流速 u は一定かつ完全な押し出し流れをなす。
- (2) 各粒径の懸濁粒子の濃度は流入帯に入る際には全水深を通じて一様である。

1-4-2 実在沈殿池(Actual basin)

実際に運用されている沈殿池(実在沈殿池と称することにする)の内部では理想沈殿池の内部におけるよりも、はるかに複雑な現象が生じている。このような現象を大別すると(a)沈降物質自身の特性に関するもの、(b)沈殿池内の流体の流動特性に関するもの、および(c)この両者に関係するものがある。

(a)に属するものは、沈降速度および沈降の型(単粒子自由沈降、凝集性自由沈降、干渉沈降、成層沈降、圧縮沈降)

(b)に属するものは死水域、短絡流(density current, streaming)や乱れによる混合など。

(c)に属するものは底面における沈殿物のscour, flocculationなどが挙げられるが、このうち主なるも

のについて検討してみよう。

(I) 粒子の沈降特性

単一球粒子の沈降の場合はその解析は比較的容易で理論的に沈降速度式が求められており、抵抗係数 C_D とレイノルズ数 $R_e (=w_p d/\nu)$ との関係により Stokes, Allen, Kármán, Newton などの抵抗法則を用いて沈降速度が計算される。⁷³⁾ 単一粒子の沈降速度はレイノルズ数 R_e の大きさに応じて、これらの公式から求めることができる。これに対して多粒子沈降の場合は互いの自由な沈降が阻害され、沈降速度が減少したり、^{74)~76)} あるいは逆に加速されたりし、⁷⁶⁾ その解析は非常に複雑である。その沈降の型は凝集性自由沈降、干渉沈降、界面沈降、圧縮沈降などに分類されるが、⁷⁸⁾ 干渉沈降については correction factor に対する検討、⁷⁷⁾ また界面沈降については Work および Kohler、⁷⁹⁾ Kynch⁸⁰⁾ などの研究が見られるが、いまだ理論式を導くことは困難なようである。

水処理においては上下水道の沈砂池、普通沈殿池で単粒子自由沈降が、上水、工業用水の水平流式薬品沈殿池においては凝集性単粒子沈降が、下水、廃水処理の活性汚泥の沈殿池では界面沈降（干渉沈降）が主として生じているから、本研究の対象としている上下水道の沈砂池、普通沈殿池ないし上水の薬品沈殿池程度では単粒子自由沈降が生じているものと見做しても、それほど大きな誤差はないものと思われる。⁵²⁾ したがって、この場合は粒子の沈降速度は時間的に一定と仮定して解析を行なうことができる。

Camp⁵⁸⁾ によれば flocculation の生成原因には (1) 粒子の沈降速度の差にもとづくものと、(2) 池内流速の速度勾配によるものとがあるとしている。粒子の沈降速度差による flocculation は沈降速度の速い粒子が沈降速度の遅い粒子に追いつき合体してでき、流れの速度勾配による flocculation は高速の領域にある粒子が低速で移動する stream path にある粒子に追いつき合体するために生じる。理想沈殿池においては粒子の沈降速度差による flocculation のみが生じるが、この原因による flocculation では沈殿除去効率には変化の生じないことを示した。浅い沈殿池ほど速度勾配は大きくなるので速度勾配にもとづく flocculation は増大するが、^{54)~57)} このような現象は、流速の増大にともなう scour および乱れなどの 2 次的に生じる効果を考慮しなければ、沈殿池は浅いほど除去率が良くなると言われている原因の 1 つでもあろう。しかし、一方で Fitch⁸¹⁾ は flocculation が Camp の考えに従って生じるとすると、次式のような 2 次反応形式で濃度変化が進行することを示した。

$$\frac{dC}{dt} = -KC^2 \quad (1-3)$$

ただし、 C は時刻 t における floc を形成する粒子の濃度、 K は rate constant である。この場合には除去効率に対して滞留時間が支配的な因子となり、detention efficiency なるものを除去効率の尺度に用いるべきであるとし、沈殿池は浅ければ浅いほど除去効率が高くなるという Camp の考え方¹⁹⁾ と対立した結果を示している。

(II) 短絡流

Camp の理想沈殿池論によれば、理想沈殿池では流れは水平かつ一定流速で、すべての流体（水）は理論滞留時間（＝沈殿池容積 / 流量）に等しい一定の時間だけ沈殿池内に滞留している。しかし、実在の沈

殿池では、流れの実際の滞留時間は理論滞留時間よりあるものは短かったり、あるものは長かったりする
ので、池内における水の滞留時間をトレーサなどで調べると Fig. 1-1. に示すような分布を有するのが常
である。⁸²⁾ トレーサ応答曲線で示される結果

は池内の流速分布あるいは部分的な短絡流や
循環流などによって生じた滞留時間の分布と
池内のそれより小規模な混合によって生じた
滞留時間の分布などが重ね合っている。得
られた分布曲線から、これらを明確に区別す
ることは非常に困難である。乱れによる混合
のみが生じている場合には混合の程度により
Fig. 1-2. のように 1. 完全混合, 2. 栓流, 3.
両者の中間の混合状態に対応して 1, 2, 3 の
応答曲線が得られる。^{83), 84)} これと a. 短絡

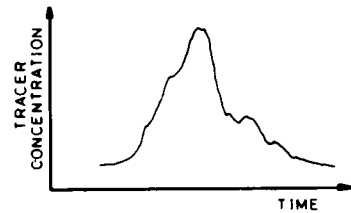


Fig. 1-1. A Typical Tracer Response Curve

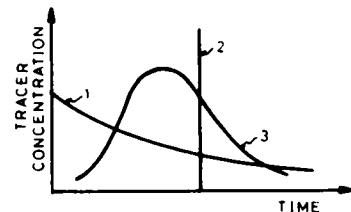


Fig. 1-2. Two Ideal Limiting Cases of Mixing (1, 2) and an Intermediate Case (3)

流 (short-circuiting) や b. 死水域 (dead space) や c. 循環流 (recycling) が重なって Fig. 1-3. のような応答曲線が得られることになる。死水域が生じた場合には沈殿池の有効な部分が減少し、滞留時間が短くなるために応答曲線のピークおよび重心は理論滞留時間よりも早く出現することになる。また短絡流があれば主ピークとは別にもう1つのピークが先に出現する。⁸⁵⁾ しかし、この両応答曲線の区別は明確にはできないし、しかも通常このような短絡流などが存在する場合

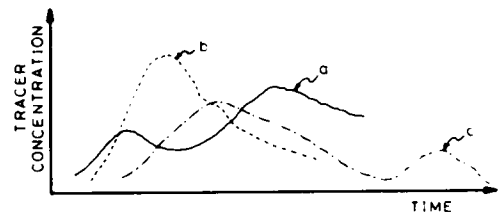


Fig. 1-3. The Effect of Short-Circuiting (a), Dead Space (b), and Recycling (c)

には池内の流れは不安定で、そのトレーサ応答曲線の再現性は非常に悪い。沈殿池における短絡流を3次元的に考えると、水平面内におけるものと、鉛直面内におけるものとがある。水平面内の短絡流は流入端における流入水の不均等な配分あるいは側壁の影響などによって生じるが、これを streaming と呼び、鉛直面内の短絡流は流入水と池内との温度差によって生じる温度密度流や流入水と池内の水との濃度差によって生じる濃度密度流の場合であることが多く、総称して density current ^{86), 87)} と呼ばれることが多い。沈殿池の除去効率に関しては水平面内の短絡流と鉛直面内の短絡流とを区別することが重要であるが、現在のところ、トレーサ応答曲線のみからは、この両者を区別することは不可能である。

混合強度の差による滞留時間の分布と短絡流その他の流れのパターンの相異による滞留時間の分布との区別は困難であるが、もし滞留時間のみが、除去効率の決定因子であるならば、しいて両者を識別する必要はなく両者を滞留時間という因子で統一的に表現すればよい。しかし、overflow rate が除去効率の決定因子であれば、とくに水平面内の短絡流を識別することは重要である。短絡流その他の理想沈殿池の流

れからずれるような流動パターンの生じる原因は沈殿池内流動の不安定性にある。流れを安定にするためには Froude 数を増加させねばならない。⁶¹⁾しかし、Froude 数を増加させるために池内流速を大きくすると、それに伴い乱れが増加したり、overflow rate も増加したりするので、むやみには大きくできない。沈殿池の形についていえば、一般に浅く細長い形のは短絡流その他の流れについては安定で円形や方形のものは不安定である。

短絡流と除去効率との関係については Fisherström⁶²⁾によると、流速分布は異なっている、その流量は不変であるから、流れに平行な鉛直面内の短絡流によつては、理論的には overflow rate は変らない。したがって、鉛直面内の短絡流が存在しても scour や乱れなどを考えないかぎり除去効率は変化しない。しかし、水平面内の流速分布がある場合、すなわち水平面内の短絡流がある場合は、overflow rate が変わるので除去効率に変化が生じる。一方 Fitch⁶⁰⁾の理想沈殿池に関する理論によると浮遊粒子の沈降速度が変化しないと仮定すれば、流れが streamline flow で乱れていない(すなわち混合がない)とすると、鉛直方向に流速分布があつても、またその流れの方向が水平でなくても何ら除去効率には影響を与えないことを証明している。Fitch によると沈殿池内の懸濁液の流れを考えると、沈殿によりその流れから粒子が除去され得る懸濁液の流量は、粒子の沈降速度と流れが掃過する体積の水平面への投影面積とのみの関数であつて、流れ自身の水深の変化や、流向、流速には無関係である。言いかえると粒子の沈降速度が変化しなければ、鉛直面内の短絡流すなわち density current は何ら除去効率には影響を与えない。また沈殿池流入部において生じる流線の鉛直方向の拡大や、流出端の越流堰において生じる流線の鉛直方向の縮小も、乱れなどの2次的な効果を考慮しないかぎり、除去効率に影響を与えないとしている。これに対して水平面内の短絡流については有効な水面積が変化するので、overflow rate も変り、除去効率は影響を受けるとしている。ただし、沈降速度が overflow rate の最大値 $w_{pmax} = Q/A_{min}$ より大きい粒子および overflow rate の最小値 $w_{pmin} = Q/A_{max}$ よりも小さいような粒子はその影響を受けないが、これらを除いたその中間の沈降速度を有する粒子が streaming の影響を受ける。

また、中川²⁹⁾は種々の仮定を設けた簡単な場合についてではあるが、鉛直面内の短絡流については、除去効率には影響がなく、水平面内の短絡流のみが除去効率に影響を与えることを示した。しかし、沈殿物の再浮上などを考慮すると鉛直面内の短絡流も除去効率に影響を及ぼす。中川は密度流による鉛直面内の短絡流について、流入水と池内水との密度差にもとづく位置エネルギーが運動エネルギーに転換するとして、次のような沈殿池内の密度流流速を求めている。

$$v = \sqrt{2\alpha \frac{\Delta\rho}{\rho} g\Delta h \frac{1}{k}} \quad (1-4)$$

ただし、 v ：密度流流速、 $\Delta\rho$ ：流入水と池内水との密度差、 ρ ：流入水の密度、 g ：重力加速度、 Δh ：流入水の平均沈降高、 k ：流入水の稀釈率、 α ：流入水的位置エネルギーが密度流運動エネルギーとなる割合。

(Ⅲ) 乱れによる混合

連続流式の沈殿池においては流体の流れにもとづく乱れによって混合が生じる。この乱れは沈殿池流入

部の構造物によって発生するものや、壁および床によって発生する乱れ (wall turbulence) および、流体の運動そのものによって発生する乱れ (free turbulence) などがある。^{88), 89)} 沈殿池理論研究において一番早く定量的に論じられたのはこの乱れによる混合であり、実在の沈殿池が理想沈殿池と異なる点の代表的なものとして、最も盛んに研究されている。水平面内あるいは鉛直面内の風などの影響^{90)~94)} による表層における局所的かつ小規模な循環流を除けば、流れに平行な鉛直面内のいわゆる大規模な循環流は流入部などに相当大きなモーメントが加えられなければ容易に発生せず、⁹⁵⁾ 鉛直面内の特異な流れとしては密度流が主たるものとなる。密度流の場合には流れそのものによる除去効率の低下はないといわれているが、このことが密度流そのものよりも、むしろ流れによって副次的に生じる乱れによる混合の影響を検討することに重点が置かれていることの1つの理由ともなっているものと思われる。乱れによる混合の表現方法には歴史的に見ると大きくわけて2つあるが、その1つは Hazen に始まる完全混合理論による方法でもう1つは Dobbins に始まる乱流理論の応用による方法である。

1) 完全混合槽による乱れの表現

完全混合槽理論の主なものを以下にあげる。

1-1) Hazen の完全混合理論 (1904)¹³⁾

Hazen の完全混合槽の理論はバッチ式沈殿池における時空間での完全混合槽列モデルと連続流式沈殿池における単一完全混合槽モデルおよびその流れ方向の空間分割による完全混合槽列モデルの3つがある。

a) バッチ式沈殿池に対する完全混合槽モデル (水平および鉛直方向の混合)

まず、完全に静止した水中において粒子が水面から水底までに到達するに要する時間 t_p よりも静止沈降の操作時間 T が小さいと、その粒子の残留率 x は理想沈殿理論より、

$$x = 1 - T/t_p \quad (1-5)$$

となる (Hazen の第1公式)。次に Fig. 1-4. のような沈殿池操作時間を a とした場合の時空間における瞬間的な完全混合 (鉛直および水平の混合) と $da = a/n$ 時間の静止沈降のくり返しのパターンを想定すると、このような完全混合 — 静止沈降のパターンの沈殿池操作の終りにおける粒子の残留率 x は

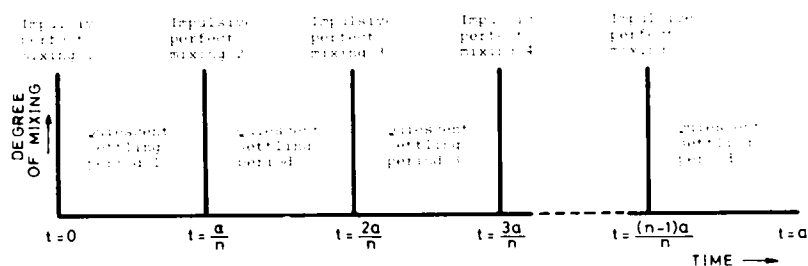


Fig. 1-4. Schematic Representation of Eq. (1-6) for Perfect Mixing in Time Space

$$x = \left(1 - \frac{a/n}{t_p}\right)^n \quad (1-6)$$

となる。これより静止沈降の時間がゼロとなるように $da = a/n \rightarrow 0$ すなわち $n \rightarrow \infty$ とすれば、 $t = 0 \sim a$ の全操作時間にわたり完全混合が行なわれた場合の残留率が得られる。よって完全混合槽における粒子残留率は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{a/n}{t_p}\right)^n = e^{-a/t_p} \quad (1-7)$$

で与えられる (Hazen の第 2 公式)。したがって、理想沈殿池の仮定では 100 % の除去効率が見られるような操作条件の場合、すなわち沈殿操作時間 a が粒子沈降時間 t_p に等しいような場合でも、 $e^{-a/t_p} = e^{-1} \approx 0.37$ であるから完全混合を仮定した沈殿池では約 63 % の除去効率となる。

b) 連続流式沈殿池に対する単一完全混合槽モデル

池内は鉛直方向および水平方向に完全に混合しているから池内濃度は流出水濃度 x に等しい。 da 時間の間に沈降する粒子の割合は da/t_p であるので、沈殿量は $x(da/t_p)$ となる。また全操作時間 a のうちの da 時間の間に濃度 1 の原水は da/a 流入してくるから da 時間に流入する粒子の量は $1 \cdot da/a$ となる。一方、この間に流出水によって運び出される粒子の量は $x \cdot da/a$ である。したがって次式が成立する。

$$x \cdot da/t_p = da/a - x \cdot da/a \quad (1-8)$$

これより単一の完全混合槽モデルとして

$$x = 1/(1 + a/t_p) \quad (1-9)$$

が得られる。

c) 連続流式沈殿池に対する完全混合槽列モデル

単一完全混合槽に対する式 (1-9) より流れの方向に沈殿池を n 個の完全混合槽に分割した場合を考えると、各槽の滞留時間は a/n となり

$$x = \{1/(1 + a/nt_p)\}^n \quad (1-10)$$

である。 n が大きくなれば

$$x = \{1/(1 + a/nt_p)\}^n \approx (1 - a/nt_p)^n \approx e^{-a/t_p} \quad (1-11)$$

となり、Fair が後に導いた結果と一致する。また時空間における完全混合槽列モデルの結果の式 (1-7) と場所空間における完全混合槽列モデルの結果の式 (1-11) とは一致することになる。

1-2) Slade の混合理論 (1937)²³⁾

流体中での浮遊物質の混合強度は各粒子が有する粒子固有の沈降時間に応じて変化する相対的なもので

あるという考え方にもとづく混合理論で、粒子固有の沈降時間分布が重要な因子となっている。まず沈降時間分布関数 $\phi(t)$ を有する粒子の沈殿池内での静止沈降を考える。沈降可能な粒子の残留量 B_a は Hazen の理想沈殿池に対する公式 (Hazen の第 1 公式) より

$$B_a = \int_{P(a)}^{t_M} \phi(t) \left(1 - \frac{a}{t}\right) dt + B_C \quad (1-12)$$

$$P(a) = \begin{cases} t_m & \dots\dots a < t_m \\ a & \dots\dots t_m \leq a \leq t_M \end{cases}$$

で与えられる。ただし、 a は沈殿池の理論滞留時間で、 t_m , t_M はそれぞれ粒子の最小および最大の沈降時間、 B_C は沈殿しないコロイド性の浮遊物質質量である。次に 3 つの型の乱れを定義する。この乱れの分類は同一の乱れの強度でも流体中の浮遊粒子の大きさに応じて、その流体の乱れ状態から浮遊粒子が受ける作用は異なるという考えにもとづいている。すなわち沈降時間の長い小粒子ほど同一の乱れ強度でも強い乱れとして作用を受けるわけである。その 3 つの乱れの型は次のようなものである。

① incomplete turbulence

乱れによる混合作用のために、浮遊粒子の沈降速度は遅延せしめられるが、その他の条件は静止沈降と同じ状態にある。

② complete turbulence

池内濃度が均一となるほど浮遊粒子は完全に混合されるが、沈殿した粒子の再浮上はない。

③ critical turbulence

一度底に沈殿した粒子も再浮上し、沈殿は事実上行なわれないほど粒子が激しく混合される。

Slade の考え方によると乱れた沈殿池における粒子の残留率 B_a は

$$B_a = \int_{P(a)}^{t_i} \phi(t) \left[1 - \frac{a}{k(t)}\right] dt + \int_{t_i}^{t_C} \phi(t) e^{-\frac{a}{t}} dt + B_C \quad (1-13)$$

で与えられる。式 (1-13) の右辺第 1 項は incomplete turbulence, 第 2 項は complete turbulence, 第 3 項は critical turbulence によるものである。各項の積分範囲を示す沈降時間 t_i , t_C は下記のような沈降速度 v_i , v_C に対応するものである。粒子沈降速度の最小のものを v_m , 最大のものを v_M とすると、考えている乱れの状態が v_i よりも大きな沈降速度を有するすべての粒子に対して incomplete turbulence として作用する $v_m < v_i < v_M$ なる沈降速度 v_i が存在する。また $v_i < v_C < v_M$ とすると、その乱れの状態が $v_i \sim v_C$ の範囲の沈降速度を有する粒子に対しては complete turbulence として作用するような沈降速度 v_C が存在する。この乱れの状態は沈降速度が v_C よりも小さいすべての粒子に対しては critical turbulence として作用する。

したがって、ある乱れの状態はそこに存在する浮遊物質の特性によって、incomplete turbulence にもなるし、complete turbulence にもなるし、critical turbulence にもなるわけで、乱れの強さは粒子の特性との相対的な関係において捉えられるものである。

incomplete turbulence の場合には粒子の沈降時間を修正すれば静止沈降の式を適用することができる。
 t を粒子の静止沈降時間とすると incomplete turbulence 中では沈降阻害によりある法則 $k(t)$ に従って
 粒子の沈降時間は大きくなるが、これを既知すれば、Hazen の第 1 公式より式 (1-13) の第 1 項が得ら
 れる。また complete turbulence では池内の粒子濃度は完全に均一で底面からの粒子の再浮上は存在し
 ないから Hazen の第 2 公式より第 2 項が得られる。第 3 項は沈殿し得ない粒子で、丁度、静止沈降にお
 けるコロイド性物質に相当する。

1-3) Fair の混合理論 (1954)²⁴⁾

これは鉛直方向は完全混合、水平方向は可変混合とするものである。Fair は Hazen の完全混合理論よ
 り、沈殿池を流れ方向にいくつかの小室 (cell) に分割し、この小室の数が多いほど、乱れやその他の
 沈降を阻害する因子の強さをよりよく減衰せしめるとし、粒子除去速度は

$$dy/dt = (y_0 - y) / (t_0 + \frac{1}{n} t) \quad (1-14)$$

で表わせるとした。ただし、 t_0 は沈降速度 v_0 の粒子が沈殿池の水面から水底まで沈降するに要する時間
 で、 t は沈殿池の理論滞留時間、 $(y_0 - y)$ は沈降速度 v_0 の粒子が時刻 t において残留している量である。
 また n は仮想的な減衰室 (damping cell) の数で、この n が大きいほど水平方向の乱れによる混合は小さ
 くなる。式 (1-14) を積分して除去効率

$$\frac{y}{y_0} = 1 - \left(1 + \frac{1}{n} \frac{t}{t_0} \right)^{-n} \quad (1-15)$$

となる。あるいは表面負荷率 Q/A を用いると次のようになる。

$$\frac{y}{y_0} = 1 - \left(1 + \frac{1}{n} \frac{v_0}{Q/A} \right)^{-n} \quad (1-16)$$

本モデルでの最良の状態 (鉛直方向の混合のみが存在し、流れ方向の混合がない状態) での除去効率は、
 $n \rightarrow \infty$ として、

$$\frac{y}{y_0} = 1 - e^{-\frac{v_0 Q}{A}} \quad (1-17)$$

で与えられる。したがって、理想沈殿池の場合に除去効率 100% ($v/(Q/A) = 1$) が得られるようにし、
 かつ、本モデルの最良の状態で計算しても除去効率は

$$\frac{y}{y_0} = 1 - e^{-1} \approx 0.63 \quad (1-18)$$

となり 63% の除去効率しか得られない。本モデルでは $v_0/(Q/A) \rightarrow \infty$ としない限り除去効率 100% は

ありえない。

2) 乱流理論の応用

流れが不規則に乱れて流体塊の激しい混合が行なわれるようになった流れの特徴は主流に垂直な方向への運動（混合）が存在することで、この運動によって主流方向の運動量が運ばれる。このような乱れによる混合現象に対する研究は1930年頃から乱流理論として急速に発展した。乱流における乱れの応力と渦粘性に関する理論を沈殿池内の浮遊物質の輸送現象に応用しようとするのは当然のなりゆきである。輸送現象について Prandtl は混合距離 (mixing length) の概念を導入して、運動量によって生じる剪断応力と平均流速分布とを結びつけて、運動量輸送理論 (Momentum transport theory) を提案し、また Taylor は輸送されるものとして運動量のかかわりに渦動度を考え渦動度輸送理論 (Vorticity transport theory) を提案した。⁹⁶⁾ このような乱流による運動量や渦動度の輸送の考えを水中の砂などの浮遊物質粒子の輸送にまで拡張し浮遊物質の輸送に乱流理論を適用しようとする試みは Kalinske,⁹⁷⁾ Hurst,⁹⁸⁾ Rouse,⁹⁹⁾ Vanoni,¹⁰⁰⁾ Dobbins¹⁴⁾ らによって始められた。とくに Dobbins は乱流による浮遊物質の輸送理論に定常一様流に対する2次元定常拡散方程式を用い、これより鉛直方向の1次元非定常拡散方程式を導き、次のような浮遊物質の鉛直濃度分布を与える式を求めた。

$$C = A e^{-\frac{wy}{\epsilon}} + (C_0 - A) e^{-\frac{wy}{2\epsilon}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\alpha_n^2 w e^{-(\alpha_n^2 \epsilon + \frac{1}{4} \frac{w^2}{\epsilon})t}}{(\alpha_n^2 \epsilon + \frac{w^2}{4\epsilon}) \left[(\alpha_n^2 + \frac{w^2}{4\epsilon^2})h + \frac{w}{\epsilon} \right]} Y_n \quad (1-19)$$

ただし、 α_n は $2 \cot h \alpha = h \alpha / (\frac{w h}{2\epsilon}) - \frac{w h}{2\epsilon} / h \alpha$ の根で、 $Y_n = \cos \alpha_n y + \frac{w}{2\epsilon \alpha_n} \sin \alpha_n y$ 、 $A = C_{y=0, t=\infty}$ である。

沈殿池理論の大家 Camp¹⁵⁾ は、この Dobbins の鉛直濃度分布に対する結果をそのまま2次元の横流式沈殿池に適用して、次のような定常状態に対する除去効率式を求めた。

$$r_r = 1 - 8 \left(\frac{vH}{2\epsilon} \right)^2 e^i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n^2 H_n e^j}{\left[\left(\frac{vH}{2\epsilon} \right)^2 + \alpha_n^2 + 2 \frac{vH}{2\epsilon} \right] \left[\left(\frac{vH}{2\epsilon} \right)^2 + \alpha_n^2 \right]^2} \quad (1-20)$$

ただし、 $i = \frac{vH}{2\epsilon}$ 、 $j = -(i^2 + \alpha_n^2) \frac{v}{2i v_0}$ で α_n は $2 \cot \alpha = \alpha / (\frac{vH}{2\epsilon}) - \frac{vH}{2\epsilon} / \alpha$ の根である。Camp はこの場合の除去効率は $\frac{vH}{2\epsilon}$ および v/v_0 なる2つの無次元数のみによって支配されることを示し、Fig. 1-5. のように r_r と $\frac{vH}{2\epsilon}$ との関係を $\frac{v}{v_0}$ をパラメータとしてプロットし、設計に便利なノモグラフを作製した。その後、合田¹⁶⁾ は定常状態の3次元の場合について考察するに至り、流れ方向の混合は無視してはいるものの定常状態では現在得られる最も一般的かつ厳密な次のような除去効率式を求めている。

$$E = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2w\beta_m e^{\frac{hw}{2}} \sin \beta_m h}{(\beta_m^2 + w^2/4) \{ (\beta_m^2 + w^2/4)h + w \} h} e^{-(\beta_m^2 + \frac{w^2}{4}) \frac{\ell \eta}{u_0}} \quad (1-21)$$

合田¹⁷⁾ はまた、2次元定常拡散方程式からも除去効率式を求めているが、特に池内に死水域のある場合については volumetric efficiency r を導入した次式を求めた。

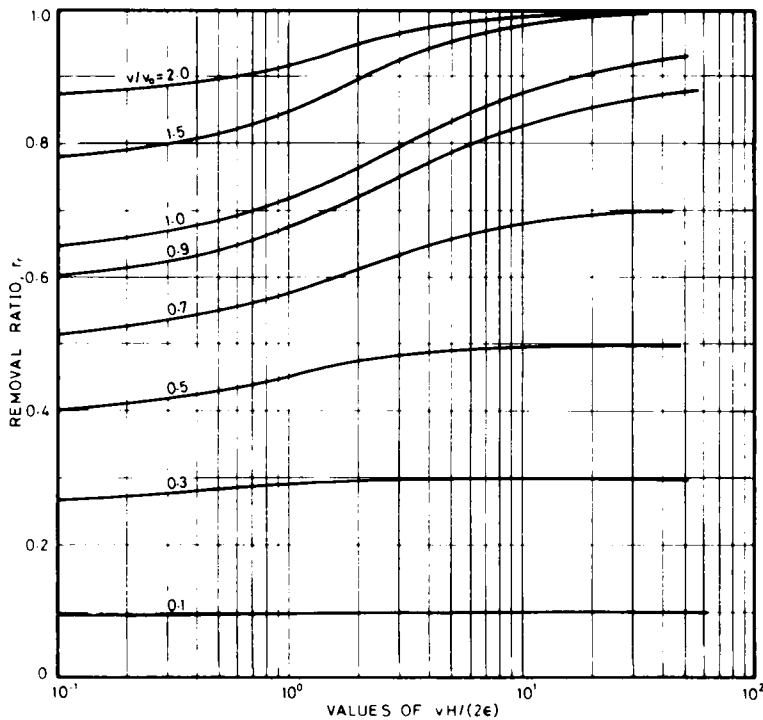


Fig. 1-5. A Dimensionless Plot for the Graphical Solution of Eq. (1-20) (After Camp (1946))

$$E = 1 - 2R_{wr} e^{-\frac{R_{wr}}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_{mr} \sin R_{mr} \exp \left[-\frac{1}{R_{wr}} (R_w^2/4 + R_{mr}^2) \frac{\ell}{h} \right]}{(R_{mr}^2 + R_{wr}^2/4 + R_{wr})(R_{mr}^2 + R_w^2/4)} \quad (1-22)$$

これら Dobbins, Camp, 合田等はいずれも鉛直方向の混合に着目して、流れ方向の混合は無視している。しかし、内藤⁶⁹⁾はこれらの理論における仮定とは全く異なった考え方に基づいて、流れ方向の1次元定常拡散モデルによって浮遊物質の残留率を求めている。内藤によると沈殿池内の乱れが、たとえ等方性で鉛直および流れ方向の乱れによる混合度が同じオーダーであっても流体内部物質濃度の均一化という現象に関しては必ずしも鉛直方向と流れ方向とで同じオーダーの均一度になるとはかぎらず、混合ペクレ数なる無次元数で比較しなければならない。混合ペクレ数を用いて流体内部物質の均一度を比較すると一般に矩形沈殿池においては鉛直方向に分散化が著しく、鉛直方向の濃度分布は均一と見做し得るが、流れ方向の濃度分布については、均一と見做し得ないとし、次の様な流れ方向の定常1次元拡散方程式を用いた。

$$E_v \frac{d^2 C}{dx^2} - u \frac{dC}{dx} + \phi_s = 0 \quad (1-23)$$

以上の諸研究においては、沈殿池内混合の拡散方程式による表現は鉛直方向または流れ方向のいずれか一方のみを考慮し、他方は無視しているが、筆者は次のような鉛直および流れ方向の両混合を考慮した2

次元定常拡散方程式を用いて、池内の浮遊物質濃度およびその残留率について検討した。

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - w_p \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (1-24)$$

また、従来の基礎方程式はいずれも定常状態について求めたものであるが、筆者は上式を沈殿池の水深方向について平均化して得られる流れ方向の1次元非定常拡散モデルを用いて非定常状態における浮遊物質濃度についても検討を加えた。

(IV) 沈殿物の再浮上 (scour)

実在沈殿池が理想沈殿池と異なる最も顕著な特徴の1つは沈降して一度沈殿池の底面に沈積した物質でも何らかの原因で再び浮遊物質として底面から水中へ浮上する場合のあることである。この問題は沈殿物の scour として定性的には古くから多くの研究者によって論じられてはいるが、定量的にとらえ沈殿池の除去効率ないしは残留率に結びつけることに成功したものは皆無といえよう。

Hazen¹⁸⁾ は一度、底面に沈殿した粒子が再び運動を始める現象に関して仮想的な bottom velocity の概念を導入した。彼によると底が滑面の場合には、bottom velocity が沈殿粒子の静止沈降速度よりも大きくなれば、浮遊物質の沈殿が妨げられるとした。すなわち、沈殿池底面における沈殿物のまき上げの生じる条件として

$$(\text{bottom velocity } u_B) \geq (\text{settling velocity } w_p) \quad (1-25)$$

を設定した。bottom velocity は仮想的なもので、実際に底で測定することは困難であり、底面から粒子直径程度の高さの範囲における水平方向の流速である。また底面が粗面のときは沈殿粒子が動き出す際の抵抗は大きく、 u_B も滑面よりも大きな値となる。理由は明かにしていないが、まき上げ(掃流)に関しては満足な除去が行なわれるためには沈殿操作時間 a と理論滞留時間 T との比は $a/T \approx 1.5$ とせねばならないとしている。また $(\text{mean velocity } u)/(\text{bottom velocity } u_B) = f$ とすると、まき上げの生じる条件(1-25)より、(沈殿物のまき上げを生ぜしめない最大流速 $u_{max}) = f \times (\text{粒子沈降速度 } w_p)$ となることより、粒子の掃流を防ぐためには沈殿池を無制限に浅くすることは不可能であることを理論的に示した。

Camp¹⁹⁾ は沈殿池においてまき上げを生ぜしめる限界の流速を次に述べるような Shield の限界掃流力を応用して導いた。Shield は底が粒子でおおわれた平らな水路床となっている場合には、bed-load movement に対して乱流理論が適用できることを推論し、次のような関数を導いた。

$$\frac{\tau_c}{(r_s - r)D} = \phi \left(\frac{D}{\delta} \right) = \beta \quad (1-26)$$

τ_c は限界掃流力で D は粒子直径、 r_s は粒子の比重、 r は流体の比重、 $\phi \left(\frac{D}{\delta} \right)$ は $\frac{D}{\delta}$ の関数であるが近似的には定数と見做し得る。通常の粒子に対しては $\beta \approx 0.04$ であるが、一様でない粒子あるいは粘着力の強い粒子については β はさらに大きくなる。開水路の単位長さ当りの掃流力 τ の平均値は径深 R 、水の

比重 γ , 損失水頭 h_f によって $\tau_0 = \gamma R h_f$ と表わされるが, Weisbach-Darcy の式によると損失水頭 h_f は平均流速を u , 摩擦係数を f とすると $h_f = \frac{f \cdot u^2}{4R \cdot 2g}$ であるから $\tau = \frac{f}{8} \cdot \frac{\gamma u^2}{g}$ となり, 直径 D の粒子が運動を開始するのに要する限界流速 u_c は式 (1-26) より

$$u_c = \sqrt{\frac{8\beta}{f} g (S-1) D} \quad (1-27)$$

で与えられる (Camp の公式)。ただし, S は沈殿粒子の比重である。この式は scour の始まる流速は沈殿池の大きさや水深には全く無関係であり, 摩擦係数 f および平均粒子直径 D および沈殿粒子の比重 S のみに支配されることを示す。

Ingersol⁶³⁾ は式 (1-27) の Camp の公式を用いると scour を生ぜしめるにはかなり大きな池内平均流速を要し, 通常の沈殿池では scour はあまり生じないという誤った結果に導くが, 実際の沈殿池では Camp の公式による値よりもっと小さい流速でも scour が生じているとした。また Camp の公式は沈砂池などの砂粒子に適用できても細かくて軽い flocculent material に対しては適用しがたいと述べている。Shield の実験結果は bed Reynolds number $= \frac{D\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu}$ が 1.7 ~ 450 の範囲に対するものであるのに, 沈殿池内の典型的な沈降物質に対しては $\frac{D\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu} < 1.7$ であるから Shield の結果をそのまま沈殿池における scour の問題に適用することは不可能であるとしている。Ingersol によると scour のメカニズムは通常の bed-load movement の概念とは全く異なったもので説明しなければならない。水路床に沿って剪断応力が沈殿粒子に滑動や転動を生ぜしめるほどの大きな値に到達する前に turbulent eddy による gust や puff によって粒子が水路床から浮上させられてしまうというものである。そして沈殿池内の乱れについても一般に Reynolds 数が 10^5 程度の値をとることから, 底面近傍の鉛直方向の乱れの変動速度の自乗平均値はほぼ摩擦速度 $\sqrt{\tau_0/\rho}$ に等しくなるという Laufer¹⁰¹⁾ の結果を用いて, これを scour の問題に適用しようとした。そして乱れによる eddy current の速度 ($\approx \sqrt{\tau_0/\rho}$) が粒子沈降速度 w_p よりも大きくなり $\frac{w_p}{\sqrt{\tau_0/\rho}} < 1$ となれば沈殿粒子が再浮上するから沈殿池内流速は

$$\frac{w_p}{\sqrt{\tau_0/\rho}} > 1 \sim 2 \quad (1-28)$$

とならしめるような範囲に設定すべきであると推論した。

さらに, Ingersol は turbulent eddy によるもう 1 つの scour の問題の解決方法として, Vanoni の suspended-load equation の応用も可能であることを示した。Vanoni の suspended-load equation は水路中の定常状態における浮遊物質濃度を与えるもので, 水路の全水深を H , 水底から高さ y における浮遊物質濃度を C_y , a における濃度を C_a とすると

$$\frac{C_y}{C_a} = \left(\frac{H-y}{y}\right)^z \left(\frac{a}{H-a}\right)^z \quad (1-29)$$

となる。ただし指数 z は

$$z = \frac{w_p}{\kappa \sqrt{\tau_0/\rho}} \approx \frac{2.5 w_p}{\sqrt{\tau_0/\rho}} \quad (1-30)$$

で与えられる。 κ はKármán定数である。Ingersolは沈殿池の設計にあたって、自然流水中では $z > 2$ であれば通常の粒子は浮遊物質としては存在し得ないことを考慮して、安全を見込んだ沈殿池の設計基準としては $z > 3 \sim 5$ とするべきであると述べている。このとき $w_p/\sqrt{\tau_0/\rho} > 1.2 \sim 2$ となり、前にLauferの結果を用いて求めた関係式(1-28)とほぼ同じ値が得られる。一方、 $\sqrt{\tau_0/\rho} = u \sqrt{\frac{f}{8}}$ において摩擦係数 f を0.025と仮定すると $\sqrt{\tau_0/\rho} = u/18$ なる関係が成立するから沈殿物の再浮上が生じないようにするには、池内平均流速 u と粒子沈降速度 w_p との関係は、

$$u/w_p < 9 \sim 15 \quad (1-31)$$

となることが必要で、これが設計基準となる。

Hazen, Camp, Ingersolなどのscourに対する取扱いはいはscourを生ぜしめないような最大の池内平均流速を求めるという点にとどまっており、いずれも、これを除去効率を求める際に定量的に考慮するまでには至らなかった。

Dobbins¹⁴⁾は浮遊物質の混合を拡散方程式によって記述することを記したが、同時に底面からの沈殿物の再浮上についても考察を行なった。それは、拡散方程式にその境界条件を通じてscourを加味しようとするものであるが、この方法は沈殿池除去効率に対するscourの影響を定量的に評価する糸口を与えるものとなった。乱れによって底面から再浮上させられる物質の速度は鉛直方向の渦動拡散係数 ϵ_z と底面における浮遊物質の濃度勾配 $(\frac{\partial C}{\partial z})_{z=0}$ を用いて、 $-\epsilon_z(\frac{\partial C}{\partial z})_{z=0}$ と表わされる。また浮遊物質の沈降の割合は粒子の沈降速度 w_p と浮遊物質濃度 C との積 $w_p C$ である。ある一定の水理特性を有する粒子については粒子の再浮上は流れの特性のみに依存すると考えられるから定常状態の様な流れにおいては沈殿物の底面からの再浮上の割合は一定となる。したがって、底面においては常に、次の関係

$$\epsilon_z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)_{z=0} = -w_p C \quad \left(\frac{z=0}{t=\infty} \right) \quad (1-32)$$

が成立するとした。

合田¹⁰²⁾も河床の洗掘問題に関連してDobbinsと同様に拡散方程式に対する境界条件という形で沈殿物の再浮上を考慮したがDobbinsよりも更に、一般化された形の境界条件を用いて、沈殿と洗掘の現象を統一的に記述しようとした。Dobbinsは定常状態においては常に式(1-32)のような平衡関係が成立していると仮定したのに対して、合田は定常状態においても必ずしも式(1-32)で示す平衡状態にあるわけではなく、粒子および河床の特性によって境界の状態は変化するものであるとの立場から(1-34)に示すようなパラメータ k を導入して、次の境界条件を提案した。

$$E_z \frac{\partial C}{\partial z} + k w_p C = 0 \quad (1-33)$$

このパラメータ k が有する物理的な意味は、

$$\left. \begin{array}{ll} k > 1 \cdots \cdots & \text{洗掘の傾向} \\ k = 1 \cdots \cdots & \text{平衡状態（沈殿と洗掘とがバランス）} \\ 0 < k < 1 \cdots \cdots & \text{沈殿の傾向} \\ k = 0 \cdots \cdots & \text{沈殿のみ} \end{array} \right\} \quad (1-34)$$

である。上の様なパラメータ k を導入して、一般化された境界条件を用いることにより、底面における沈殿物質と浮遊物質との間の相互の状態移行を Dobbins の場合よりも更に広範囲に記述することが可能となった。筆者の研究においてはこの合田の河床洗掘の問題に関する境界条件を沈殿池モデルに適用することにより沈殿池除去効率に沈殿物の再浮上 (scour) の効果を加味した。本論文ではこのパラメータ k を再浮上パラメータと名づけている。

1-4-3 実在沈殿池の改良と理想沈殿池化

沈殿池流入部と流出部との設計はできるだけ理想沈殿池に近づけるために特別の配慮が行なわれるが、Ingesol⁶³⁾によるとどちらかと言えば、流入部の方が流出部より重要であるという。それは、流出部においては流線が収束し、ideal flow theory が適用できるのに対して流入部においては流れの断面は大きくなり流線が発散し、流れは理想状態ではなく剝離と乱れを伴うから、入口の設計は出口の設計よりも注意せねばならないとするものである。

沈殿池流入部の構造は池内の流れの状態を理想沈殿池に近づけるという意味から、次のようなことを目的として設計される。

- (1) 流れを settling zone の入口全断面にわたりできるだけ均一な分布とならしめる。
- (2) 流れが settling zone 内で水平流となるようにする。
- (3) 池内の乱れができるだけ小さくなるように流入水を導く。
- (4) 沈殿池底面における高流速を防止する。

したがって、理想的な流入部構造は流入水の有する運動エネルギーを位置エネルギーに変換さすか、沈殿池内の流動状態に影響を与えることなく消散さすようなものであると言える。

流出部構造に単純な越流堰を使用した場合には、しばしば沈殿池底面には強い順流を、また表層には逆流を惹起せしめるために大きな渦が発生し好ましくない流動状態をもたらす。また流出部の越流堰近傍のある領域に入った沈降速度の小さい浮遊粒子は流出水に捕捉されるために沈降しなくなるので種々の工夫が必要である。^{103)~105)} 沈殿池におけるこのような領域を無効容積と称すれば、堰の単位長さ当りの流量 (weir loading) が q の場合には

$$(\text{無効容積}) = A_0 \frac{q^2}{w_p^2} \quad (1-35)$$

で与えられる。ただし、 w_p は粒子の沈降速度で A_0 はタンクの幾何学的形状によりきまる定数である。流

出部が与える沈殿効果に対するこのような影響を相対的に小さくするためには Camp が言うような長いタンクが有利であるといえる。

また池内の乱れは流速が速い場合に生じるが、池内に柱や梁があったり壁面が粗であれば、流速がおそい場合にも乱れは生じるし、また沈殿池の形状にも影響される。通常、乱れはレイノルズ数 $R_e = \frac{uR}{\nu}$ によって特徴づけられるが殆どの沈殿池はこれが 1000 ～ 2500 以上⁶¹⁾ で操作されている（通常は 10^5 のオーダーであるともいわれている）。

また沈殿池流況が不安定な場合には高濃度の原水の流入などにより、密度流が生じ、沈殿池底面付近で流速が大きくなり scour を生ぜしめやすい。流れに直角な方向に邪魔板を底面に設けると scour や密度流の影響が少なくなり、底部に静止沈降領域が形成され易く良好な沈降結果が得られる。密度流などが発生しやすい不安定な流動状態は池内の平均流速を高めることによって防ぐことができるが、沈殿池を流れ方向に平行に分割したりすることも有効である。沈殿池内流動の安定性はフルード数 $F_r = u/\sqrt{gh}$ に支配され、フルード数が小さいほど不安定となり沈殿除去効率を悪化せしめる。フルード数は沈殿池形状とくに水深と幅とに依存するが 10^{-2} 程度以上が良いとされている。⁶¹⁾

乱れを押えるためにはレイノルズ数を小さくし、また池内の流況の安定性を増すためにはフルード数を大きくするのが望ましい。それには例えば径深を小さくすればよい。径深を小さくするには同一断面積の流れに対しては、潤辺を大きくする必要があるが、流れ方向に導流板などを入れると潤辺は増加する。多階層式沈殿池は潤辺が増加する一方 overflow rate も減少するので非常に有利である。多階層式沈殿池が相当古くから勧められているのは主として overflow rate を減少せしめるという理由からであるが、このように沈殿池内の乱れおよび流況の安定性という面からも効果的であることが示される。これらの検討は実在沈殿池を少しでも理想沈殿池と同じ様な状態に近づけようとしてなされたものと思われ、その意味では古典的な理想沈殿理論の域にとどまっていると言わねばなるまい。これに対して、一方ではいわゆる古典的な理想沈殿理論の域から出て別の面から積極的に沈殿効率を増加せしめようとする試みがあるが、その 1 つは傾斜板を用いるものである。従来から沈殿部を傾斜させたり、あるいは傾斜板を入れると沈殿除去効率が増加することは知られていたが、近年、傾斜板沈殿槽について田中^{41), 43)} 野田⁴²⁾ 内藤および首藤^{44), 45)} などの研究があいついで発表されている。また沈殿管を用いて高速沈殿を行なわしめる実験も始められている。

1-5 要 約

既往の沈殿池理論について文献的な考察を行なった結果、次のようなことが明かとなった。

- 1) 沈殿池の流動特性あるいは浮遊粒子の沈降特性に対する定性的な記述はかなり古くからなされているようであるが、理論的かつ定量的な研究となると非常に少ない。
- 2) 沈殿池除去効率の算定に用い得る理論としては現在のところ理想沈殿理論と完全混合槽理論が最も実用的なものである。
- 3) 沈殿池底面からの沈殿物の再浮上（まきあげ）の現象は限界掃流力あるいは turbulent eddy によって説明されているが、いずれも除去効率への影響を算定できるほど定量的な記述はなされていない。

4) 短絡流や循環流の影響を沈殿除去効率に定量的に加味することはなかなか困難なようである。しかし、短絡流が縦断面内で発生した場合あるいは密度流の場合には表面負荷率に対する影響はなく、乱れによる混合あるいは底面における沈殿物の再浮上（まきあげ）が増加するとされている。

5) 乱流混合理論にもとづいた拡散方程式を用いて、沈殿池内濃度分布の算定が行なわれている。しかし、取扱いは複雑で、池内濃度分布については定常状態に対するもののみのようであり、非定常的に取扱ったものは見あたらない。

6) 沈殿池内の浮遊物質濃度の算定に拡散方程式を用いる場合には、鉛直方向の混合または流れ方向の混合のいずれか一方のみを考慮しており、両者を同時に考慮したものはないようである。

7) 沈殿池の操作、とくに非定常操作について言及した研究は皆無であると言える。

参 考 文 献

- 1) 日本工業用水協会編：工業用水便覧，産業図書，東京，昭和33年8月，p. 231.
- 2) Sheppard T. Powell, "Water Conditioning for Industry," McGraw-Hill, N.Y., 1954, p.10.
- 3) 吉野善弥：沈降槽の最適設計，ケミカルエンジニアリング，Vol.8，No.1，1963，pp.47～59.
- 4) 吉野善弥：沈降濃縮について，ケミカルエンジニアリング，Vol.10，No.3，1965，pp.54～59.
- 5) 中嶋鉄男：沈降装置，ケミカルエンジニアリング，Vol.9，No.7，1964，pp.26～31.
- 6) 吉野善弥：水処理工程における沈降分離（その1），水処理技術，Vol.3，No.3，1962，pp.61～68.
- 7) 吉野善弥：水処理工程における沈降分離（その2），水処理技術，Vol.3，No.9，1962，pp.67～73.
- 8) 吉野善弥：水処理工程における沈降分離（その3），水処理技術，Vol.4，No.1，1963，pp.57～63.
- 9) 丹保憲仁：水処理工学 沈殿(1)，水処理技術，Vol.9，No.12，1968，pp.45～51.
- 10) 丹保憲仁：水処理工学 沈殿(2)，水処理技術，Vol.10，No.1，1969，pp.41～49.
- 11) 丹保憲仁：水処理工学 沈殿(3)，水処理技術，Vol.10，No.2，1969，pp.43～50.
- 12) 丹保憲仁：水処理工学 沈殿(4)，水処理技術，Vol.10，No.3，1969，pp.43～48.
- 13) Allen Hazen, "On Sedimentation," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.53, 1904, pp.45～88.
- 14) William E. Dobbins, "Effect of Turbulence on Sedimentation," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.109, 1944, pp.629～678.
- 15) Thomas R. Camp, "Sedimentation and the Design of Settling Tanks," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.111, 1946, pp.895～958.
- 16) 合田 健：沈殿池の浄化効率について，土木学会論文集，第6号，昭和26年8月，pp.39～43.
- 17) Takeshi Goda, "A Study on the Mechanism of Transportation of Suspended Sediment and the Its Application to Increasing the Efficiency of Sedimentation Basin," Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol.15, No.4, 1953, pp.253～267.

- 18) Allen Hazen, "On Sedimentation," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.53, 1904, pp.52~54.
- 19) Thomas R.Camp, "Sedimentation and the Design of Settling Tanks," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.111, 1946, pp.911~914.
- 20) 宇田道隆：陸水学と沿岸海洋学に関連する諸問題，陸水学雑誌， Vol.21, No.3-4, 1960, pp.288~292.
- 21) 藤永太郎：水圏の化学汚染と環境の回復について，沿岸海洋研究ノート，日本海洋学会，第9巻，第2号，1972年2月， pp.25~29.
- 22) 日本水道協会：水道施設基準解説（1966年版），東京，昭和41年4月， pp.204~206.
- 23) J.J.Slade, "Sedimentation in Quiescent and Turbulent Basin," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.102, 1937, pp.289~323.
- 24) Fair G.M. and J.C.Geyer, "Water Supply and Waste Water Disposal," John Wiley and Sons, N.Y., 1954, pp.584~615.
- 25) Walter H.Graf, "Hydraulics of Sediment Transport," McGraw-Hill, N.Y., 1971. pp.75~398.
- 26) Serge Leliavsky, "An Introduction to Fluvial Hydraulics," Dover Publications, N.Y., 1966, pp.1~245.
- 27) Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, "Sediment Transportation Mechanics : Suspension of Sediment," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.89, No.HY5, 1963, pp.45~76.
- 28) 中川義徳：矩形沈殿池の沈殿効果についての理論的研究（その1），水道協会雑誌，第331号，昭和37年4月， pp.15~23.
- 29) 中川義徳：矩形沈殿池の沈殿効果についての理論的研究（その2），水道協会雑誌，第333号，昭和37年6月， pp.28~36.
- 30) 中川義徳：導流壁式・中間整流壁式及び2階槽式沈殿池についての模型による実験的研究（その2），水道協会雑誌，第258号，昭和31年4月， pp.9~18.
- 31) 土木学会編：水理公式集（昭和46年改訂版），土木学会，東京，昭和46年11月， pp.415~418.
- 32) P.H.McGauley, "Theory of Sedimentation," Journal of American Water Works Association, Vol.48, No.4, 1956, pp.437~448.
- 33) D.G.Miller, "Sedimentation-A Review of Published Work," Water and Water Engineering, Vol.68, No.816, 1964, pp.52~58.
- 34) E.J.Roberts, "Thickening-Art or Science," Transactions of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, Vol.184, (Mining Branch), 1949, pp.61~64.
- 35) Harold H.Steinour, "Rate of Sedimentation," Industrial and Engineering Chemistry, Vol.36, No.7, 1944, pp.618~624.

- 36) Harold H.Steinour, " Rate of Sedimentation," Industrial and Engineering Chemistry, Vol.36, No.9, 1944, pp.840~847.
- 37) Harold H.Steinour, " Rate of Sedimentation," Industrial and Engineering Chemistry, Vol.36, No.10, 1944, pp.901~907.
- 38) 大山義年, 吉田善弥:懸濁液の沈降について, 化学工学, Vol.17, No.3, 1953, pp.103~110.
- 39) Claes N.H.Fischerström, " Sedimentation in Rectangular Basin," Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.81, No.687, 1955, pp.1~29.
- 40) M.S.Clements, " Design of Rectangular Sedimentation Tank on Velocity Principle," Surveyor, Vol.132, No.3985, 1968, pp.41~45.
- 41) 田中和美, 野田道宏, 熊埜御堂:傾斜板連続沈殿槽に関する基礎試験, 工業用水, No.24, 1960年9月, pp.39~46.
- 42) 野田道宏:傾斜板沈殿槽, 水処理技術, Vol.4, No.8, 1963, pp.21~31.
- 43) 田中和美:傾斜板沈殿槽の理論, 水処理技術, Vol.9, No.5, 1968, pp.1~10.
- 44) 内藤幸徳, 首藤伸夫:傾斜板沈殿池の沈降理論, 水道協会雑誌, No.409, 1968年10月, pp.13~23.
- 45) 内藤幸徳, 首藤伸夫:傾斜板沈殿池の除去効果, 水道協会雑誌, No.410, 1968年11月, pp.18~22.
- 46) 柳瀬至康:傾斜板式沈降装置による横流沈殿池の改造について(Ⅰ), 水道協会雑誌, 昭和39年10月, 第361号, pp.42~53.
- 47) 柳瀬至康:傾斜板式沈降装置による横流沈殿池の改造について(Ⅱ), 水道協会雑誌, 昭和39年12月, 第363号, pp.44~53.
- 48) Gordon Culp, Sigurd Hansen and Gordon Richardson, " High-Rate Sedimentation in Water Treatment Works," Journal American Water Works Association, Vol.60, No.6, 1968, pp.681~698.
- 49) Sigurd P.Hansen and Gordon L.Culp, " Applying Shallow Depth Sedimentation Theory," Journal American Water Works Association, Vol.59, No.9, 1967, pp.1134~1148.
- 50) Gordon L.Culp, Kou-ying Hsiung and Walter R.Conley, " Tube Clarification Process, Operating Experiences," Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings, of the American Society of Civil Engineers, Vol.95, No.SA5, 1969, pp.829~847.
- 51) Alfred A.Estrada, " Studies of Sedimentation Basin Design (Discussion)," Sewage & Industrial Wastes, Vol.25, No.1, 1953, pp.12~14.
- 52) 土木学会編:水理公式集(昭和46年改訂板), 土木学会, 東京, 昭和46年11月, p.413.
- 53) Thomas R.Camp, " Studies of Sedimentation Basin Design," Sewage & Industrial Wastes, Vol.25, No.1, 1953, pp.1~12.
- 54) Thomas R.Camp and P.C.Stein, " Velocity Gradients and Internal Work in Fluid Motion," Journal of the Boston Society of Civil Engineers, Vol.30, No.4, Oct., 1943, pp.219~237.

- 55) Thomas R.Camp, "Flocculation and Flocculation Basins," Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.79, No.283, Sept., 1953, pp.283-1~283-18.
- 56) Kenneth J.Ives and Anand G.Bhole, "Theory of Flocculation for Continuous Flow System," Journal of the Environmental Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.99, No.EE1, 1973, pp.17~34.
- 57) Gordon M.Fair and Robert S.Gemmell, "A Mathematical Model of Coagulation," Journal of Colloid Science, Vol.19, No.4, 1964, pp.360~372.
- 58) Thomas R.Camp, "Sedimentation and the Design of Settling Tanks," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.111, 1946, pp.922~931.
- 59) E.B.Fitch, "The Significance of Detention in Sedimentation," Sewage & Industrial Wastes, Vol.29, No.10, 1957, pp.1123~1133.
- 60) E.B.Fitch, "Flow Path Effect on Sedimentation," Sewage & Industrial Wastes, Vol.28, No.1, 1956, pp.1~9.
- 61) 土木学会編：土木工学ハンド・ブック（下巻），技報堂，東京，昭和39年3月，p.1752.
- 62) Claes N.H.Fischerstöm, "Sedimentation in Rectangular Basin," Proceedings of the American Society of Civil Engineers, May 1955, Vol.81, No.687, pp.1~29.
- 63) Alfred C.Ingersol, Jack E.McKee, and Norman H.Brooks, "Fundamental Concepts of Rectangular Settling Tanks," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.121, 1956, pp.1179~1218.
- 64) 中川義徳：導流壁式・中間整流壁式及び2階槽式沈殿池についての模型による実験的研究（その1），水道協会雑誌，第257号，昭和31年3月，pp.21~28.
- 65) 栗谷陽一，楠田哲也：く形沈殿池における密度流と死水，土木学会論文報告集，第168号，1969年8月，pp.25~36.
- 66) 高松武一郎，内藤正明：沈殿池およびばっ気槽効率におよぼす流体混合度の影響，土木学会論文集，第121号，昭和40年9月，pp.11~16.
- 67) 高松武一郎，内藤正明：く形沈殿池効率におよぼす均一流体混合の影響，土木学会論文集，第139号，昭和42年3月，pp.19~23.
- 68) Takeichiro Takamatsu and Masaaki Naito, "Effects of Flow Conditions on the Efficiency of a Sedimentation Vessel," Water Research, Pergamon Press, Vol.1, 1967, pp.433~450.
- 69) 内藤正明：活性汚泥水処理プロセスの定式化と最適化に関する研究，京都大学学位論文，昭和44年4月.
- 70) 末石富太郎：横から流出入のある管流の特性と集水埋渠の水理設計について，工業用水，第17号，昭和35年2月，pp.6~23.
- 71) 末石富太郎：上下水道における集配水の合理化に関する研究，京都大学学位論文，昭和36年7月.

- 72) 住友 恒：水源汚濁からみた都市給水システムの弾力化に関する研究，京都大学学位論文，昭和44年12月， pp.225~266.
- 73) 野満隆治：河川 学，地人書館，東京，昭和18年8月， pp.184~189.
- 74) Loranus P.Hatch, "Flow of Fluids through Granular Material : Filtration, Expansion, and Hindered Settling," Transactions of the American Geophysical Union, Vol.24, Part II, 1943, pp.536~547.
- 75) A.A.Kalinske, "Settling Characteristics of Suspensions in Water Treatment Processes," Journal American Water Works Association, Vol.40, No.2, 1948, pp.113~120.
- 76) Ronald T.McLaughlin, "The Settling Properties of Suspensions," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.85, No.HY12, 1959, pp.9~41.
- 77) Thomas R.Camp, "Sedimentation and the Design of Settling Tanks," Transactions of the American Society of the Civil Engineers, Vol.111, 1946, p.899.
- 78) 吉野善弥：水処理工程における沈降分離(その1)，水処理技術， Vol.3, No.3, 1962, pp.61~68.
- 79) Lincoln T.Work and Arthur S.Kohler, "Sedimentation of Suspensions," Industrial & Engineering Chemistry, Vol.32, No.10, 1940, pp.1329~1334.
- 80) G.J.Kynch, "A Theory of Sedimentation," Transactions of the Faraday Society, Vol.48, 1952, pp.166~176.
- 81) R.A.Fiedler and E.B.Fitch, "Appraising Basin Performance from Dye Test Results," Sewage & Industrial Wastes, Vol.31, No.9, 1959, pp.1016~1021.
- 82) Arthur B.Morrill, "Sedimentation Basin Research and Design," Journal of the American Water Works Association, Vol.24, No.9, 1932, pp.1442~1463.
- 83) M.Rebhun and Y.Argaman, "Evaluation of Hydraulic Efficiency of Sedimentation," Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.91, No.SA5, 1965, pp.37~45.
- 84) Dhandapani Thirumurthi, "A Break-Through in the Tracer Studies of Sedimentation Tanks," Journal Water Pollution Control Federation, Vol.41, No.11, Part 2, Nov., 1969, pp.R405~R418.
- 85) David M.Himmelblau and Kenneth B.Bischoff, "Process Analysis and Simulation-Deterministic Systems," John Wiley & Sons, N.Y., 1968, pp.69-86.
- 86) Fair G.M. and J.C.Geyer, "Water Supply & Waste Water Disposal," Jhon Wiley & Sons, N.Y., 1954, p.596.
- 87) 岡本 巖，森川光郎：密度分布より見たびわ湖の湖流について，陸水学雑誌， Vol.22, No.4, 1961, pp.193~199.
- 88) J.O.Hinze, "Turbulence," McGraw-Hill, N.Y., 1959, p.2.

- 89) 谷 一郎：流れ学（第3版），岩波書店，東京，1967年5月，pp.146~166.
- 90) 能沢源右衛門：新しい海洋気象学，成山堂書店，東京，昭和43年11月，pp.203~213.
- 91) 日高孝次：琵琶湖の表面流に関する実験，海洋気象台彙報，神戸海洋気象台，昭和2年8月，pp.1~4.
- 92) 岸 力：二層流の混合，工業用水，No.114，1968年3月，pp.52~65.
- 93) Henry Liu and Himerio J.Perez, "Wind-Induced Circulation in Shallow Water,"
Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil
Engineers, Vol.97, No.HY7, 1971, pp.923~935.
- 94) 日高孝次：海流，岩波書店，東京，1955年10月，pp.129~166.
- 95) 芝 定孝：矩形槽内循環流に関する研究，京都大学工学部卒業論文，1967年2月，pp.28~29.
- 96) 本間仁編：応用水理学・上（一般水理学），丸善，東京，昭和32年4月，pp.40~57.
- 97) A.A.Kalinske and C.L.Pien, "Experiments on Eddy-Diffusion and Suspended-Material
Transportation in Open Channels," Transactions of the American Geophysical Union,
Vol.24, 1943, pp.530~536.
- 98) H.E.Hurst, "The Suspension of Sand in Water," Proceedings of the Royal Society
of London, Series A, Vol.124, 1929, pp.196~201.
- 99) Hunter Rouse, "Experiments on the Mechanics of Sediment Suspension," Procee-
dings of the 5-th International Congress for Applied Mechanics, Jhon Wiley &
Sons, N.Y., 1939, pp.550~554.
- 100) Vito A.Vanoni, "Transpotation of Suspended Sediment by Water," Transactions of
the American Society of Civil Engineers, Vol.111, 1946, pp.67~133.
- 101) John Laufer, "Some Recent Measurments in a Two-Dimensional Turbulent Channel,"
Journal of the Aeronautical Sciences, Vol.17, No.5, 1950, pp.277~287.
- 102) 合田 健：上水浄化における水理学上の基礎的諸問題，京都大学学位論文，昭和31年3月.
- 103) Chesman A.Lee, "Sedimentation and Design of Sedimentation Pits," Water and
Sawage Warks, Vol.117, No.3, 1970, pp.93~95.
- 104) C.A.Lee, "Designing Lau ders for Settling Tanks," Transactions of the American
Society of Civil Engineers, Vol.137, 1972, pp.534~535.
- 105) 巽 戡：上水工学，共立出版，東京，昭和46年5月，pp.137~138.

第 2 章 沈殿物の再浮上を考慮した沈殿池モデル

2-1 概 説

Hazen, Camp 等が述べたような理想沈殿池モデルは沈殿池の設計において除去効率を理論的に求めるのに従来から最も手軽に用いられている。しかし、実際に運用されている連続流式の沈殿池内では、理想沈殿モデルで仮定されているような流動特性あるいは沈降特性よりもはるかに複雑な特性を示す現象が生じているのが常である。実在沈殿池では特に流動特性が複雑で乱れによる浮遊粒子の混合、沈殿物の再浮上、短絡流、循環流、偏流などが存在し、第 1 章で述べた理想沈殿池モデルが規定するような単純な流動状態とは非常に異なった複雑な流動状態となっているのである。しかも、実在沈殿池におけるこのような種々の好ましくない特異現象を取り除いて理想沈殿池モデルの規定する流動状態を出現せしめることは実際にはなかなか困難なようである。したがって、今なし得る次善の策として、実際の沈殿池除去効率の算定あるいは沈殿池の設計や操作に際して実在沈殿池で生じているこれらの現象を十分把握してそれを反映した沈殿池モデルを用い、少しでも現実的な設計あるいは操作に近づけることを計る必要があるものと思われる。

ここで、沈殿池内流動の特異現象と沈殿除去効率について若干検討してみよう。まず短絡流のうち縦断面内の密度流に関しては、沈殿池底面の近傍で流速が高まるために、主として乱れによる混合と底面での沈殿物の再浮上とが増加することが問題となる。また循環流については大規模なものはその発生には相当大きなモーメントを要する為に通常の運転状況では生じ得ないと考えられるし、偏流も流入部構造の設計を適切にし、あるいは表面の風などをさえぎることによりある程度防げるものと思われる。したがって、連続的に処理されている実在沈殿池の流動特性において当面考慮すべき大きな問題は流動によって発生する乱れによる浮遊粒子の混合と沈殿物の再浮上とであると言えそうである。事実、実在沈殿池の流動特性でまず問題となったのは乱れによる浮遊粒子の混合であった。このような浮遊粒子の混合はまず Hazen の完全混合槽モデルあるいはその槽列モデルによって表現されたが、また Dobbins が始めたような乱流拡散モデルによって取り扱うことも可能である。いずれの表現方法も用いることは可能であるが本研究ではとくに沈殿池底面における沈殿物の再浮上が境界条件によって加味され得るという点を考慮して乱流拡散による沈殿池モデルを組み立てる。

2-2 沈殿池モデルに対する基礎方程式と境界条件

2-2-1 沈殿池内の浮遊物質に対する基礎方程式

流動している水中においては沈降性の浮遊物質も流動に伴う乱れその他によって懸濁しているが、このような場合には乱流拡散によって浮遊物質の輸送現象を記述することが可能である。^{1)~10)}したがって本研究では乱流拡散によって沈殿池内の浮遊物質濃度の分布を説明することにする。乱流拡散の現象は Euler 的な解析方法あるいは Lagrange 的な解析方法のいずれかで取り扱われるが、^{11)~14)}本沈殿池モデルではこの種の問題を取り扱うのに便利な拡散方程式による Euler 的な解析方法を用いることにする。このよう

な Euler 的な取り扱いをするときには議論の中心は乱流拡散現象を記述する乱流拡散方程式 (Eulerian diffusion equation または Fickian equation) とその拡散項にかかる乱流拡散係数とに置かれがちであるが、その境界条件も決しておろそかにはできない。¹⁵⁾ 本論文のように沈殿物の再浮上を問題とし、これを除去効率に加味しようとする場合には特に沈殿池の底面における境界条件が重要となる。

本モデルで基礎とする微分方程式は沈殿池内の浮遊物質に対する質量保存則および乱流における質量輸送と運動量輸送とに関する Reynolds' analogy によって誘導される。静止流体中でなく流動している流体中に浮遊物質が懸濁している場合には、静止流体中でのいわゆる浮遊粒子の diffusion の他に流動すなわち convection による浮遊粒子の輸送が考えられるから、浮遊物質に対する質量保存則は次のように表わせる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(UC)}{\partial x} + \frac{\partial(VC)}{\partial y} + \frac{\partial(WC)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_{mx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_{my} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_{mz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (2-1)$$

ここに、 ϵ_{mx} , ϵ_{my} , ϵ_{mz} は分子拡散係数に相当するもので、濃度 C が薄い場合には濃度に独立で、式 (2-1) は C に関して線形となる。式 (2-1) は Eulerian diffusion equation の標準的な形である。ここでは流体粒子と浮遊物質粒子とは密度が異なるだけで、その他の水理学的特性は近似的に等しいものと仮定し、また浮遊物質の密度は流体の密度よりも大きいから浮遊物質は流体に対して一定の沈降速度 w_p を有するものとする。このような仮定のもとに浮遊物質の有する速度成分 U, V, W を輸送媒体である流体の速度成分とあわせ、乱流域であることを考慮して、平均量と変動量とで表現すると、

$$\left. \begin{aligned} U &= u = \bar{u} + u' \\ V &= v = \bar{v} + v' \\ W &= w - w_p = (\bar{w} - w_p) + w' \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

となる。ただし、 w_p は z 軸の正の方向と逆方向 (鉛直下向き) を正とし、 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ は流速の x, y, z 成分の時間平均値で、 u', v', w' は流速の変動成分である。浮遊物質濃度 C についても同様に時間平均値 \bar{C} と変動値 C' とを用いて

$$C = \bar{C} + C' \quad (2-3)$$

とあらわすことができる。式 (2-1) に式 (2-2) および式 (2-3) を代入して時間平均をとれば、速度および濃度の変動成分の時間平均値はゼロとなるから、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \bar{C}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v} \bar{C}) + \frac{\partial}{\partial z} \{ (\bar{w} - w_p) \bar{C} \} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}' C') + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}' C') + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}' C') \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_{mx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_{my} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_{mz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2-4)$$

が得られる。ここで運動量輸送と質量輸送とに関する Reynolds' analogy¹⁶⁾ より乱流拡散係数 $\epsilon_{ix}, \epsilon_{iy}, \epsilon_{iz}$ の定義を

$$\left. \begin{aligned} \overline{u'C'} &= -\epsilon_{tx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \\ \overline{v'C'} &= -\epsilon_{ty} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \\ \overline{w'C'} &= -\epsilon_{tz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

とする。乱流における質量輸送と運動量輸送の過程における相似性の概念^{17),18)}は上述のごとく Reynolds' analogy として知られているが、それは次のように説明される。いま沈殿池の鉛直方向 (z 方向) の運動量および質量の輸送を考えるとそれぞれ次のように書くことができる。

$$\text{momentum flux} = \rho(\epsilon_M + \nu) \frac{\partial u}{\partial z} = \rho \epsilon_M \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\text{mass flux} = (\epsilon_{tx} + \epsilon_{mx}) \frac{\partial C}{\partial z} = \epsilon_{tx} \frac{\partial C}{\partial z}$$

ただし、 ρ, ν は水の密度および動粘性係数、 ϵ_M は渦粘性係数で、 ϵ_t, ϵ_m はそれぞれ乱流拡散係数および分子拡散係数である。 $\nu < \epsilon_M$ かつ $\epsilon_m < \epsilon_t$ なる仮定のもとで質量輸送と運動量輸送の機構が同一であれば、Reynolds' analogy は正しいのであるが、殆どの場合はこのような仮定が成立し、 ϵ_M と ϵ_{tx} とは交換可能なものとして取扱える。¹⁹⁾ すなわち

$$\epsilon_{tx} = \epsilon_M$$

である。よって乱流拡散係数 ϵ_{tx} は渦粘性係数 ϵ_M を測定すれば決定することができる。この仮定は Kalinske ら²⁰⁾の実験によって確かめられている。ただし、後述のように流体の質量の拡散と浮遊粒子の質量の拡散との間にはどんな関係が存在するかという問題が残されている。

次に浮遊粒子の輸送媒体となる流体を非圧縮性と仮定すると連続の式より

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2-6)$$

であり、さらに浮遊粒子の沈降速度 w_p は一定としているから $\frac{\partial w_p}{\partial z} = 0$ となり、形式的に次式が成立する。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{w} - w_p)}{\partial z} = 0 \quad (2-7)$$

したがって乱流拡散係数 $\epsilon_{tx}, \epsilon_{ty}, \epsilon_{tz}$ と分子拡散係数 $\epsilon_{mx}, \epsilon_{my}, \epsilon_{mz}$ とは互いに独立と仮定すると次式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} + (\bar{w} - w_p) \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (E_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (E_y \frac{\partial \bar{C}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (E_z \frac{\partial \bar{C}}{\partial z}) \quad (2-8)$$

ただし、右辺の拡散項の係数 E_x, E_y, E_z はそれぞれ乱流拡散係数 ϵ_t と分子拡散係数 ϵ_m との和で次のように書かれる。

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \epsilon_{tx} + \epsilon_{mx} \\ E_y &= \epsilon_{ty} + \epsilon_{my} \\ E_z &= \epsilon_{tz} + \epsilon_{mz} \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

また式(2-8)で E_x, E_y, E_z を一定と仮定すれば

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + (w - w_p) \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-10)$$

となる。ただし、時間平均値を示す、速度、濃度の上に付した横棒記号は省略してある。形式的には、式(2-10)のような微分方程式で浮遊粒子の拡散現象を記述する際には、分子拡散が支配的であろうと、乱流拡散が支配的であろうと、全く同一形式の微分方程式によって表現され得るわけであるが、通常の開水路あるいは沈殿池における拡散現象では乱流拡散は分子拡散よりもかなり大きく、²¹⁾

$$\left. \begin{aligned} E_x &\approx \epsilon_{ix} \\ E_y &\approx \epsilon_{iy} \\ E_z &\approx \epsilon_{iz} \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

として取り扱われることが多く、このような近似によっても結果は殆ど変らない。したがって本論文では式(2-11)のような近似に従って E_x, E_y, E_z を便宜的に乱流拡散係数と呼ぶことにする。

式(2-10)で示される基礎方程式は浮遊物質のような固体粒子の拡散現象にも、食塩水のような溶液の拡散現象にも全く同様に適用されるのであるが浮遊物質の場合については浮遊物質の速度および浮遊物質の乱流拡散係数を用いねばならない。速度に関しては式(2-2)で示したような取扱いが可能であるが、乱流拡散係数に関しては浮遊物質に対する乱流拡散係数とその輸送媒体となる流体の乱流拡散係数とは近似的に等しいとして扱われることが多い。ここで、あらためて、流体の乱流拡散係数を ϵ とし、浮遊物質の乱流拡散係数を E とすると、 ϵ と E との間には、固体粒子の運動が流体粒子の運動に完全に追隨してのみ $E = \epsilon$ なる関係が成立するが一般には、 β を比例定数とした場合

$$E = \beta \cdot \epsilon \quad (2-12)$$

で表わされる。^{22)~24)} 上式は固体粒子の拡散と運動量の拡散との関係を線形で近似したものである。 β を定めるためには固体粒子の運動がそのまわりの流体の運動にいかにか追隨するかを知らねばならない。Tchen によれば、固体粒子の速度を $a_p e^{i\omega t}$ とし、流体の速度を $a_f e^{i\omega t}$ とすると固体粒子と流体粒子との間の運動のズレは両者の運動の振幅の比 a_p/a_f で表わされ、次式で与えられる。¹⁹⁾

$$\frac{a_p}{a_f} = 1 - \frac{2(\rho_s - \rho)}{(2\rho_s - \rho) - 9\rho \{i\nu/r^2\omega - i(i\nu/r^2\omega)^{1/2}\}} \quad (2-13)$$

r は固体粒子の半径で、 ω は角周波数、 ν は動粘性係数である。また一方 Carstens²⁶⁾ によると、 $E = a_p^2 (\omega/2\pi)$ 、 $\epsilon = a_f^2 (\omega/2\pi)$ となり

$$\left(\frac{a_p}{a_f}\right)^2 = \frac{E}{\epsilon} = \beta \quad (2-14)$$

である。したがって Graf¹⁹⁾ によると式(2-13)および式(2-14)より $\rho_s - \rho$ であることを考慮して、 β は次のようになる。すなわち

(1) 粘性のない理想流体に対しては $\nu = 0$ だから

$$\frac{a_p}{a_f} = \frac{3\rho}{2\rho_s + \rho} \quad \text{で} \quad \beta < 1$$

(2) 粘性流体に対しては運動の角周波数 ω と粒子の半径 r とによって

$$\omega \rightarrow \infty \text{ のとき} \quad \frac{a_p}{a_f} = \frac{3\rho}{2\rho_s + \rho} \quad \text{で} \quad \beta < 1$$

$$\omega \rightarrow 0 \text{ のとき} \quad \frac{a_p}{a_f} = 1 \quad \text{で} \quad \beta = 1$$

$$r \rightarrow \infty \text{ のとき} \quad \frac{a_p}{a_f} = \frac{3\rho}{2\rho_s + \rho} \quad \text{で} \quad \beta < 1$$

$$r \rightarrow 0 \text{ のとき} \quad \frac{a_p}{a_f} = 1 + 0 \quad \text{で} \quad \beta \geq 1$$

のようになる。したがって、浮遊粒子の拡散に関しては、理想流体中では $\beta < 1$ であるが、粘性流体中では固体および流体粒子の運動と、固体粒子の大きさにより、理論的には β の値は種々変化して、 $\beta > 1$ 、 $\beta = 1$ 、 $\beta < 1$ のいずれの場合もあり得る。このように β は ω と r とによって支配されるためにその値を求めることは非常に困難であるが、多くの場合は $\beta = 1$ と仮定してもその誤差はそれほど大きくないようである。²⁴⁾ さらに拡散時間が長くなれば浮遊粒子の拡散と流体粒子の拡散とは等しくなり、²⁵⁾ $\beta = 1$ とみなし得るといわれている。また Carstens^{26), 27)} によると β は決して 1 を越えることはなく $\beta \leq 1$ であるとしているが、パイプフローに対して吉岡ら²⁸⁾ は壁近傍では揚力の効果のために $\beta > 1$ となる領域が存在すると述べている。一般に細かい粒子に対しては $\beta \approx 1$ で $E \approx \epsilon$ となるが粗い粒子に対しては慣性の影響²⁹⁾ が無視できなくなり $\beta < 1$ すなわち $E < \epsilon$ とせねばならない。本論文では簡単のために沈殿池内では $\beta \approx 1$ すなわち浮遊物質と流体の乱流拡散係数とは等しいものとして $E \approx \epsilon$ と仮定している。このような β の値の傾向に関しては Matyukhin 等³⁰⁾ が実験的な検討を行ない、 β を粒子沈降速度の関数として表わした。また, Householder 等³¹⁾ あるいは Jobson³²⁾ が β に関する詳しい検討を turbulent Schmit number ($Sc = 1/\beta$) を用いて行なっている。

式(2-10)で与えられる基礎方程式の y 方向の成分を除き 2 次元としたものを以後の第 2 章における 2 次元定常拡散モデル、第 3 章における 1 次元定常拡散モデル、第 4 章における 1 次元非定常拡散モデル、第 5 章における集中系モデル等のすべてのモデルに対する基礎方程式として用いる。

実際に式(2-10)の拡散方程式によって浮遊物質濃度を推定し得ることを示した例について若干、考察してみよう。まず、乱れの分布が一様な流水中での定常状態における浮遊物質の分布を考える。簡単のために x 方向および y 方向の濃度変化は無視し、鉛直方向の流れ w は無いものとし、さらに E_z は水深には無関係で一定と仮定する。そうすると式(2-10)は

$$-w_p \frac{\partial C}{\partial z} = E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-15)$$

となる。ところが下向きの浮遊物質の flux $w_p C$ と上向きの flux $E_z \frac{\partial C}{\partial z}$ の収支を考えると

$$w_p C + E_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (2-16)$$

は明かである。この式は剪断力によるモーメント輸送から O'Brien⁴⁾ が導いた浮遊物質分布の基礎式と一致する。ただし、 w_p は浮遊粒子の沈降速度である。上式を積分すると

$$\frac{C}{C_a} = e^{-[w_p(z-a)/E_z]} \quad (2-17)$$

となる。 C_a は底面から a の高さにおける濃度である。式(2-17) は濃度の鉛直分布は指数関数的に底面に近いほど高くなることを示している。自然の流れの場合には乱流拡散係数 E_z が水底からの位置には無関係に一定値をとるとする仮定は通常の水路では成立しないと思われるので、厳密には式(2-17)の妥当性を主張することは困難なようである。しかし、野満³³⁾ は熊本県阿蘇の黒川で火山砂垂直分布の実測値が、 w_p/E_z を一定とした場合でも、式(2-17)による理論値とかなり一致したことを報告している。さらに Lane および Kalinske³⁴⁾ は Mississippi 河における浮遊物質濃度の実測値より速度分布が対数則に従うものと仮定して E_z の平均値を用いた場合でも、式(2-17)で実用的には浮遊物質濃度を予測できることを示した。また、Hurst³⁵⁾ と Rouse³⁶⁾ は回転あるいは振動する組格子を設けた鉛直のシリンダーを用い定常流を伴わないで、シリンダー全体に、均一な乱れによる混合強度をうまく出現せしめ、実験的に式(2-17)の妥当性を確認している。すなわち式(2-10)で示される乱流拡散方程式が浮遊物質の濃度分布予測に適用し得ることを示した。ただし、大きな浮遊粒子の混合の場合には、流体の乱れによる混合のみで支配されるのではなく、浮遊粒子自身の質量による慣性をも考慮せねばならない。²⁹⁾ また Dobbins³⁷⁾ は鉛直方向 z の 1 次元で乱れによる混合が一様、すなわち E_z が一定の状態について検討を加えて、やはり乱流拡散方程式が浮遊物質の濃度分布の予測に適用しうることを確認している。すなわち Dobbins は、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = w_p \frac{\partial C}{\partial z} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-18)$$

を初期条件として $t=0$ で $C=C_0$ 、境界条件として底面 $z=0$ で $E_z \frac{\partial C}{\partial z} = -w_p C_a$ および水面 $z=H$ で $E_z \frac{\partial C}{\partial z} = -w_p C$ を与えて次の解を得た。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{C_a}{C_0} e^{-w_p z/E_z} + \frac{C_0 - C_a}{C_0} e^{-w_p z/2E_z} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\alpha_n^2 w_p e^{-E_z A t}}{E_z A (AH + w_p/E_z)} Y_n \quad (2-19)$$

Dobbins は式(2-19)で与えられる濃度分布式を実験的にも、その妥当性について検討している。また Camp³⁸⁾ は Dobbins の得た式(2-19)の結果を沈殿池の設計に適用しようとした。式(2-15)および式(2-18)のそれぞれの例はいずれも乱流拡散係数 E_z を水底からの位置 z とは無関係に鉛直方向では一定値をとると仮定している。しかし、河川のような自然の流水においては E_z は底からの位置 z によって変化するので、通常の場合は E_z が z の関数となる。 E_z が z の関数の場合には、鉛直方向 z の 1 次元定常状態で $w=0$ とすると、乱流拡散方程式(2-10)は

$$w_p C + E_z(z) \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (2-20)$$

となる。一方、2次元水路における剪断応力の分布は $\tau_z/\tau_0 = (H-z)/H$ によって与えられる。流速分布は対数法則に従うものと仮定し、 $du/dz = \sqrt{\tau_0/\rho}/(\kappa z) = u_*/(\kappa z)$ とする。また剪断応力は $\tau_z = \rho \varepsilon_z(z) du/dz$ で表わされるから式(2-12)において $\beta=1$ とし流体の乱流拡散係数 $\varepsilon_z(z)$ と浮遊粒子の乱流拡散係数 $E_z(z)$ とは等しいものと仮定すると $E_z(z)$ に対して次式が得られる。

$$E_z(z) = \kappa u_* (H-z) z/H \quad (2-21)$$

式(2-20)の $E_z(z)$ に式(2-21)を代入すると基礎方程式は次のようになる。

$$w_p C + \frac{\kappa u_* (H-z) z}{H} \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (2-22)$$

上式を積分すると次のような suspended load equation が得られる。

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{H-z}{z} \cdot \frac{a}{H-a} \right)^\phi \quad (2-23)$$

ただし、 $\phi = \frac{w_p}{\kappa u_*}$ であり、 C_a は $z=a$ における浮遊物質の濃度である。この式(2-23)の形は Rouse³⁹⁾ が導いたものと同一である。式(2-23)の結果は水路床($z=0$)では $C=\infty$ となり不合理であるが、実験によって得られる濃度分布と良く一致する。この模型水路による実験的な裏付けは Vanoni^{40), 41)} によってなされている。また実河川の浮遊物質の分布による検証は Anderson⁴²⁾ が Enoree 河について、Nordin と Dempster⁴³⁾ が Rio Grande 河について、また Colby と Hembree⁴⁴⁾ が Niobrara 河について与えている。

また本モデルで用いる拡散係数の算定方法は付録A-1に詳述しているが、その際に用いる Kármán 定数 κ の値が問題となる。浮遊物質を含まない場合は $\kappa=0.4$ で与えられるが、浮遊物質が存在する場合には κ 値は濃度の増加と共に減少する傾向にあり $\kappa < 0.4$ とされているが、^{45)~48)} 本モデルでは近似的に $\kappa \approx 0.4$ としている。

以上のように流水中における沈降性の浮遊物質の拡散現象を記述するのに、乱流拡散方程式を用いることは実河川などでの実測によって、十分証明されている。そこで、連続流式の沈殿池に乱流拡散方程式を適用して沈殿池モデルを作る。

式(2-15),(2-18),(2-22)の例でも明かなごとくいずれも乱れによる混合は鉛直方向のみを考慮している。また内藤は混合ペクレ数の概念から流れ方向の混合のみを考慮している。このように従来の浮遊物質の混合に対するモデルの基礎方程式はいずれも簡略化を行ない鉛直または流れ方向のいずれか一方のみの混合しか考慮していないが、本論文においては、これら両方向の混合を考慮した次のような2次元拡散方程式を基礎方程式とする。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - w_p \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-24)$$

2-2-2 基礎方程式に対する境界条件

沈殿池内の濃度分布を乱流拡散方程式による Euler 的な取り扱いによって論じる場合には境界条件は基礎方程式とともに沈殿池の数式モデルの中心となりその解を支配する重要な要素となる。そして実際に偏微分方程式を解いてみるとその境界条件の与え方により得られる解の形あるいはその特性は非常に異なったものとなることは良く知られている事実である。したがって沈殿池モデルの組み立てに際しても適切な境界条件を選ぶことは極めて重要なこととなる。ゆえに、基礎微分方程式とともに境界条件を種々の形で与える点にそのモデルを組み立てる各研究者の独自性が最も強く発揮されるわけで、そのモデルのユニークさは基礎方程式と境界条件との組み合わせにあると言っても過言ではない。沈殿池に関していえば、主として河川工学の流れをくむ人々は 2-2-1 でも考察したように鉛直方向の乱流混合に注目し、したがって、沈殿池の水面および水底の境界条件を重視するようである。これに対して化学工学の流れ系で用いられる反応装置に対する考え方の影響を受けたものは、沈殿池の流れ方向の乱流混合に注目し、沈殿池の入口および出口の境界条件を重視するようである。ゆえに従来の 1 次元モデルでは河川工学的な考え方によれば、鉛直方向のみの 1 次元乱流拡散となり、化学工学的な考え方によれば流れ方向の 1 次元乱流拡散となる。これらいずれの場合にも各モデルを用いるには、それなりの理由があるわけであるが、本論文での基礎方程式は、これら両方の考え方をとり入れて、鉛直方向および流れ方向の 2 次元モデルとしている。すなわち、鉛直方向混合および流れ方向の両方の混合を考慮している。このように 2 次元沈殿池を仮定すれば、これに対する境界条件は沈殿池の流入端、流出端、水面および水底の 4 つの面与えられる。本論文ではとくに沈殿物の底面からの再浮上（まき上げ）現象を沈殿池モデルに導入することを主眼としているので、底面における境界条件に最も関心があるわけである。2 次元沈殿池の各境界と座標軸との関係は Fig. 2-1. に示すとおりで、図中の u は主流方向の沈殿池内平均流速、 w_p は浮遊物質の沈降速度で H は沈殿池の水深、 L は沈殿池の長さである。

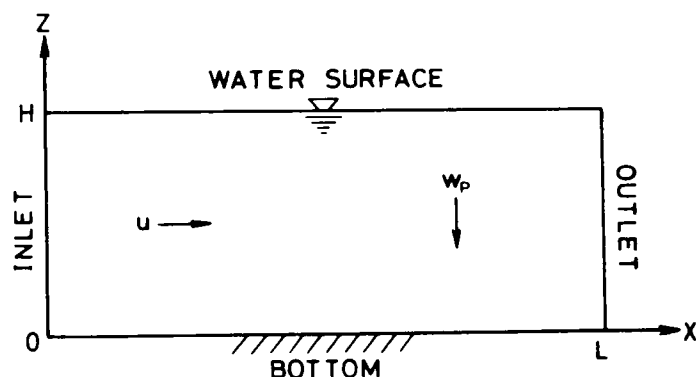


Fig. 2-1. Definition Sketch for Dimensions of Settling Basin

ところで、沈殿物の再浮上（まき上げ）については河川床での砂粒の転動や滑

動に関して行った Gilbert⁴⁹⁾ の模型水路による実験、あるいはその実験に対する Rubey⁵⁰⁾ の考察などが大いに参考となる。それらによると水路床上の粒子の運動は①流体の固体粒子に対する衝突を考えた critical velocity equation や②固体粒子に作用する摩擦抵抗を考えた critical shear stress equation や③速度勾配にもとづく粒子頂部と底部との圧力差を考えた lift force criteria など説明がなされている。critical velocity equation はまき上げの生じる底面上の限界の流速 u_{cr} を与え、critical shear stress equation はまき上げを生ぜしめる限界の剪断応力 τ_{cr} を与えるものである。Shields は τ_{cr}

を shear Reynolds number $R_e = \frac{du_*}{\nu}$ の関数として求めたので、その式中には乱れの強度の尺度となる $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ が含まれている。⁵¹⁾ したがって Shields の式は乱流と沈殿物の再浮上との関係を与える意味深い式である。第1章でも述べたごとくこの Shields の式を後に Camp が利用して、沈殿池底面からの沈殿物の再浮上を生ぜしめないような限界の池内平均流速を与える式を導いている。しかし、これらの研究はいずれも沈殿池内の平均流速に対する設計基準を与えるものとはなり得るが、沈殿池の除去効率の算定にどのように定量的に考慮すれば良いかという問題に対する解答は与えていないようである。また再浮上は、ある限界の状態で急激に発生するのか、あるいは同一の沈降特性を有する粒子でも除々にしかも連続的に増加していくのか疑問が多いので、すべてを限界値というある値でかたづけける点についても検討を要するであろう。また沈殿池内の流れ本体で生じているプロセスに適用した基礎の微分方程式は質量保存則から導かれたものである。これに対して流れ本体の粒子の挙動とは独立に底面近傍の粒子運動のみに着目して立てられた運動量保存則たる上述のような critical velocity equation や critical shear stress equation の概念^{51)~55)} と乱流拡散方程式とを直接結合することは困難なようである。そこで、沈殿物の再浮上という概念は流れ本体に適用した基礎の微分方程式に対する境界値問題という形で導入することにする。

河底の洗掘問題について野満⁵⁶⁾ は河が沖積地を流れて漸次河床を洗掘し濁流となる場合に対して河底条件として、

$$z = 0 \quad \text{で} \quad C = C_0. \quad (2-25)$$

を与えたが、これは数学的には第1種境界条件と呼ばれるものである。⁵⁷⁾ C は浮遊物質濃度で、 C_0 は河底物質の特性によって定まる定数である。この境界条件は河底において、浮遊物質は流れにおける濃度とは無関係にある一定濃度で常に供給されているとするもので、流動特性の変化が沈殿池底面の変化へ考慮され得ない点で本沈殿池モデルには不適当であろう。

沈殿池内の浮遊物質の乱流混合を想定して、その現象を拡散方程式によって最初に取り扱ったのは Dobbins であるが、彼はまた底面の境界条件によって沈殿物再浮上の影響を加味することを検討した。しかし以下でも述べるように Dobbins の境界条件ではその物理的な意味から考えて、沈殿物の再浮上現象における種々の状態を考慮しうるかどうかが疑問である。Dobbins³⁷⁾ は沈殿した浮遊物質の再浮上は流れの特性および浮遊物質の特性に依存するが定常状態の様な流れにおいては再浮上の割合は一定となり、次のような関係が成立するとした。これは数学的には第3種の境界条件と呼ばれている。⁵⁷⁾

$$z = 0 \quad \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} = -w_p C_{t=\infty} \quad (2-26)$$

この境界条件は前節 2-2-1 で述べた沈殿池内部の浮遊物質の濃度分布を支配する乱流拡散方程式の特別な場合で式(2-16)そのもの、すなわち沈殿プロセスの系内に適用されるべきものである。一方、沈殿池においては浮遊物質の沈殿という現象は浮遊物質が沈殿プロセスの系外へ出てしまうことを意味し、沈殿物の再浮上は系外から沈殿プロセスの系内へ浮遊物質が供給されることを意味する。したがって、この場合、底面における境界条件は系内と系外との間における物質の受け渡しを行う役目を有するものでなければならないと解釈できよう。このような意味からも、もし沈殿物の再浮上があれば、上式のようなブ

プロセス系内を記述する質量保存則を鉛直方向へ単に演繹したものを修正することなくそのまま用いることは不合理であろう。したがって上述のような境界条件に対しては何らかの修正を加える必要があるものと思われる。いずれにしても式(2-26)の関係は明かに、底面においても浮遊物質の沈殿量 $w_p C$ と再浮上量に相当する $-E_z \frac{\partial C}{\partial z}$ とが、常に平衡状態にあることを示し、したがって境界(底面)の状態は不変であるとするもので、たとえ沈殿物の沈降があっても結果的には沈殿池底面に浮遊物質が沈積することもなく、また逆に再浮上があっても洗掘されることもないのと同じことを意味する。すなわち結果的には沈殿プロセス系内外において物質の移動過程が行なわれていないことを意味する。

合田⁵⁸⁾は河床の洗掘問題に関連して定常拡散方程式に対して同様の境界条件を求めているが、Dobbinsよりも、もっと一般化された形で、沈殿物の再浮上を考慮する境界条件となっている。合田はある非負のパラメータ k を導入して、次のような形の境界条件を河川床に対して与えた。

$$z = 0 \quad \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} = -k w_p C \quad (2-27)$$

パラメータ k は浮遊物質の拡散場からの出入、すなわち系内外の物質移行の大きさと方向によって変化するが、次のような物理的意味を有している。

$k > 1$ …… 洗掘の傾向

$k = 1$ …… 平衡(沈殿と再浮上とがバランス)

$0 < k < 1$ …… 沈殿の傾向

$k = 0$ …… 洗掘量がゼロ(沈殿のみ)

なお、再浮上パラメータ k が系内外の物質移行の方向と大きさを規定するものであるとすれば、 $k < 0$ の場合も考えられる。したがって k の有する物理的な意味の妥当性をも確かめるという意味で2-4の数値実験においては、 $k < 0$ についても考察を加えたが、通常の沈殿池では $k \geq 0$ と考えても良いであろう。

Dobbinsの境界条件の場合には底面における沈殿と再浮上とが常に平衡状態にあり、沈殿池の系内外で物質の移行がないのに対して合田の境界条件では、これらが必ずしも平衡状態にあるわけではないとして、系外に去った沈殿物の系内への再浮上を考慮した点が大きな違いである。沈殿池底面においても流れの水理学的特性や沈殿物質の力学的特性によって、系内外への物質の移行が生じ、浮遊物質の沈降と再浮上とは常に平衡しているとはかぎらないものと思われる。さらに、非定常状態にある場合は池内の流れの特性の時間的な変化に応じて浮遊物質の沈降と沈殿物の再浮上の割合も時間的に変化するはずである。したがって、このようなパラメータ k の導入により沈殿物の再浮上の現象をうまく記述する必要がある。

一方、流水中だけでなく大気における拡散現象について Monin⁵⁹⁾は合田と類似のパラメータを地表面における境界条件に導入し、拡散物質の地表面における反射と吸収の現象を説明しようとしている。ただし合田のパラメータ k は無次元数であるが、Moninの用いたパラメータは速度の次元を有している。本論文では2-2-1で述べた基礎方程式に対して、このような合田の河床洗掘に関する境界条件を沈殿池底面に適用して、沈殿物の再浮上現象を記述することにする。

また、水面($z = H$)においては沈殿池上方の大気と沈殿池内部の沈降あるいは拡散における相互干渉はなく浮遊粒子の沈降量 $w_p C$ と乱れ混合による上向きの移動量 $-E_z \frac{\partial C}{\partial z}$ とは平衡状態にあると考えられ

る。したがって水面における境界条件としては次式が成立する。⁵⁶⁾

$$z = H \quad \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_p C = 0 \quad (2-28)$$

次に、流れ方向の境界条件は沈殿池の流入端 ($x = 0$) と流出端 ($x = L$) とで与えられる。Danckwerts⁶⁰⁾ は流入端においては反応装置内の物質の flux $uC - E_x \frac{dC}{dx}$ と反応装置外の物質の flux との連続性により境界条件を導き、流出端については濃度および濃度勾配の連続性により、必然的に $\frac{dC}{dx} = 0$ となるとしている。⁶¹⁾ したがって Danckwerts の考え方によると、

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \quad \text{で} \quad uC_0 = uC - E_x \frac{dC}{dx} \end{array} \right. \quad (2-29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = L \quad \text{で} \quad E_x \frac{dC}{dx} = 0 \end{array} \right. \quad (2-30)$$

となる。また Hulburt⁶²⁾ は反応装置の流入端までは流水中に質的变化はないものとして、濃度に対する連続性により、 $C = C_0$ を与え、反応装置流出端では Danckwerts と同様の考察により濃度勾配をゼロとしている。したがって、

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \quad \text{で} \quad C = C_0 \end{array} \right. \quad (2-31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = L \quad \text{で} \quad E_x \frac{dC}{dx} = 0 \end{array} \right. \quad (2-32)$$

となる。ただし Danckwerts の流入端 ($x = 0$) における境界条件において、 $E_x = 0$ とすれば Hulburt の流入端の境界条件と同一となる。いずれの境界条件が適当かはモデルが対象とする現象によっても異なるものと思われるが、本モデルは Hulburt の与えたような流入端の境界条件を用いる。

流れ方向(x)および鉛直方向(z)の2次元の場合について本論文における沈殿池モデルの基礎となる微分方程式とその境界条件および初期条件をまとめると次のようになる。

基礎方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - w_p \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-33)$$

境界条件

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \quad \text{で} \quad C = C_B f_1(t) \\ x = L \quad \text{で} \quad E_x \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \\ z = 0 \quad \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} + kw_p C = 0 \\ z = H \quad \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_p C = 0 \end{array} \right\} \quad (2-34)$$

初期条件

$$t = 0 \quad \text{で} \quad C = C_I f_2(t) \quad (2-35)$$

2-3 2次元定常分布系モデルによる池内濃度分布の予測^{63), 64)}

Fig. 2-1. のような、流れ方向および水深方向の2次元の連続流式の矩形沈殿池を考える。流れは x 軸方向に u の平均流速をもち浮遊物質は鉛直下方に w_p なる一定の沈降速度をもつものとする。このとき x および z の両方向の混合を考慮した基礎方程式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - w_p \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-36)$$

上式は定常状態においては

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - w_p \frac{\partial C}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-37)$$

である。ただし、乱流拡散係数 E_x, E_z は時間的、場所的に一定と仮定する。従来は乱流拡散方程式の多くは Dobbins, 合田等に見られるごとく流れ方向の拡散項 $E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ は無視して解かれているが、沈殿池の場合は流れ方向の拡散項を無視し難いと思われるので残す。また、このように2階の微分項を残すことにより、沈殿池の入口および出口の2つの境界条件を考慮することが可能となる。これは沈殿池外においては拡散現象が存在しないという立場を強調するもので、沈殿池は河川などのように無限系ではなく有限系であるということを明確に示すことともなる。2次元矩形沈殿池の境界条件は、入口、出口、水底および水面において次のように与えられる。

$$\left. \begin{array}{ll} x = 0 & \text{で} \quad C = C_0 \\ x = L & \text{で} \quad E_x \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \\ z = 0 & \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} + k w_p C = 0 \\ z = H & \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_p C = 0 \end{array} \right\} \quad (2-38)$$

底面における境界条件中のパラメータ k は沈殿物の再浮上現象を記述するために導入されたもので、2-2で述べたような物理的意味を有し、河床の洗掘、堆積の問題に関連して合田が提案したものである。本モデルの場合は定常状態で沈降の傾向にある場合を対象としているから $0 \leq k < 1$ でなければ沈殿池の機能を果たせないことはいうまでもない。定常状態における沈殿物の再浮上を考慮した濃度分布は、式(2-37)の基礎方程式を式(2-38)の境界条件のもとに解くことによって得られる。ここで基礎方程式(2-37)および境界条件(2-38)に対して、次の(2-39)で定義するような座標変換を行ない、式(2-37)における1階の微分項を消去する。

$$\phi(x, z) = C(x, z) \exp \left\{ -\left(\frac{u}{2E_x} x - \frac{w_p}{2E_z} z \right) \right\} \quad \left| \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \chi &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_x}} x \\ \zeta &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_z}} z \end{aligned} \right\} \quad (2-39)$$

上のような変換により基礎方程式(2-37)および境界条件(2-38)はそれぞれ次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \chi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} - \phi = 0 \quad (2-40)$$

$$\left. \begin{aligned} \chi &= 0 & \text{で} & \quad \phi = C_0 \exp(b_2 \zeta) \\ \chi &= l & \text{で} & \quad \partial \phi / \partial \chi + a \phi = 0 \\ \zeta &= 0 & \text{で} & \quad \partial \phi / \partial \zeta + b_1 \phi = 0 \\ \zeta &= h & \text{で} & \quad \partial \phi / \partial \zeta + b_2 \phi = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-41)$$

ただし、 a, b_1, b_2, l, h は次のような無次元数である。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{u}{E_x} \sqrt{\frac{E_x}{u^2/E_x + w_p^2/E_z}}, \quad b_1 = 2(k - \frac{1}{2}) \frac{w_p}{E_z} \sqrt{\frac{E_z}{u^2/E_x + w_p^2/E_z}} \\ b_2 &= \frac{w_p}{E_z} \sqrt{\frac{E_z}{u^2/E_x + w_p^2/E_z}}, \quad l = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_x}}, \quad h = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{u^2/E_x + w_p^2/E_z}{E_z}} \end{aligned} \right\} \quad (2-42)$$

ここで、式(2-40)の固有値を λ_n とすれば、 λ_n に対する固有関数 ϕ_n は次のようになる。

$$\phi_n = A_n \left(\cos \lambda_n \zeta - \frac{b_1}{\lambda_n} \sin \lambda_n \zeta \right) \left\{ \sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh \{ \sqrt{\lambda_n^2 + 1} (l - x) \} + a \sinh \{ \sqrt{\lambda_n^2 + 1} (l - x) \} \right\} \quad (2-43)$$

ただし、 A_n は後述する式(2-48)によって与えられる係数である。また $f(\zeta) = C_0 \exp(b_2 \zeta)$ とおくと、 $f(\zeta)$ は

$$f(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(\cos \lambda_n \zeta - \frac{b_1}{\lambda_n} \sin \lambda_n \zeta \right) \left\{ \sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l) + a \sinh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l) \right\} \quad (2-44)$$

なる級数和として表現される。次に

$$Z_n = \cos \lambda_n \zeta - \left(\frac{b_1}{\lambda_n} \right) \sin \lambda_n \zeta \quad (2-45)$$

とおけば、 Z_n は直交関数系をなし、

$$\int_0^h Z_m Z_n d\zeta = 0 \quad (m \neq n) \quad (2-46)$$

$$\int_0^h Z_n^2 d\zeta = \frac{h(\lambda_n^2 + b_1^2)(\lambda_n^2 + b_2^2) + (\lambda_n^2 - b_1 b_2)(b_2 - b_1)}{2\lambda_n^2(\lambda_n^2 + b_2^2)} \quad (2-47)$$

となる。ゆえに A_n は次式で与えられる。

$$A_n = \frac{2\lambda_n(\lambda_n^2 + b_2^2)C_0 \int_0^h f(\zeta')(\lambda_n \cos \lambda_n \zeta' - b_1 \sin \lambda_n \zeta') d\zeta'}{\{h(\lambda_n^2 + b_1^2)(\lambda_n^2 + b_2^2) + (\lambda_n^2 - b_1 b_2)\} \{\sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l) + a \sinh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l)\}} \quad (2-48)$$

よって求める関数 ϕ は

$$\phi = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^2 + b_2^2)(\lambda_n \cos \lambda_n \zeta - b_1 \sin \lambda_n \zeta) [\sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh\{\sqrt{\lambda_n^2 + 1}(l - \chi)\} + a \sinh\{\sqrt{\lambda_n^2 + 1}(l - \chi)\}]}{\{h(\lambda_n^2 + b_1^2)(\lambda_n^2 + b_2^2) + (\lambda_n^2 - b_1 b_2)\} \{\sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l) + a \sinh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l)\}} \\ \times \int_0^h f(\zeta')(\lambda_n \cos \lambda_n \zeta' - b_1 \sin \lambda_n \zeta') d\zeta' \quad (2-49)$$

で、これを式(2-39)によって逆変換すれば、矩形沈殿池内の濃度分布が求まる。

$$\frac{C}{C_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \{2e^{b_2 h}(\lambda_n \sin \lambda_n h + b_1 \cos \lambda_n h) - (b_2 - b_1)\} \{\sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh\{\sqrt{\lambda_n^2 + 1}(l - \chi)\} + a \sinh\{\sqrt{\lambda_n^2 + 1}(l - \chi)\}\}}{\{h(\lambda_n^2 + b_1^2)(\lambda_n^2 + b_2^2) + (\lambda_n^2 - b_1 b_2)(b_2 - b_1)\} \{\sqrt{\lambda_n^2 + 1} \cosh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l) + a \sinh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l)\}} \\ \times \frac{\sinh\{\sqrt{\lambda_n^2 + 1}(l - \chi)\}}{\sinh(\sqrt{\lambda_n^2 + 1} l)} \times (\lambda_n \cos \lambda_n \zeta - b_1 \sin \lambda_n \zeta) e^{a\chi - b_2 \zeta} \quad (2-50)$$

ここに λ_n は次式

$$\tan \lambda h = \frac{\lambda(b_2 - b_1)}{\lambda^2 + b_1 b_2} \quad (2-51)$$

を解いて得られる正根を小さい順にとったものである。また a, b_1, b_2, l, h 等の無次元数は式(2-42)で与えられる。 a は槽内の平均流速 u および浮遊粒子の沈降速度 w_p と流れ方向および鉛直方向の拡散係数 E_x, E_z からなる合成された速度に対する平均流速の割合を示しており、明かに $0 < a < 1$ である。この無次元数が小さいほど平均流速は相対的に減少し、沈降効率の良くなることが予想される。 $a = 0$ は静止沈降の場合で、 $a = 1$ は粒子沈降速度がゼロの場合である。 b_2 も同様の意味で浮遊物質の沈降速度の相対的な大きさを示し、明かに $0 < b_2 < 1$ である。 $b_2 = 0$ は粒子沈降速度がゼロの場合で、 $b_2 = 1$ は静止沈降の場合である。したがって a とは逆に無次元数 b_2 が大きいほど出口濃度は減少し、大きい除去効率の得られることが予想される。このような a, b_2 に対する考察の結果は 2-4 での数値実験によっても確認された (Table 2-1., Table 2-2. を参照)。

2-4 数値実験による検討^{63,64)}

先に 2-3 図求むる 2 次元矩形沈殿池における浮遊物質の濃度分布を示す解析解の特性を調べ、また底面における境界条件に導入した沈殿物の再浮上パラメータ k の 2-2-2 で述べたような物理的な意味が妥当なものかどうかを確かめるために、電算機による数値実験を行なった。簡単のために、まず、沈殿池内部の乱れは等方性であると仮定して、乱流拡散係数は $E_x = E_y = E_z = E$ として行なっている。この条件のもとに、沈殿池の再浮上パラメータ k 、水深 H 、池長 L 、池内平均流速 u 、浮遊物質の沈降速度 w_p の各値をいろいろ変化させて解の特性を調べた。

(1) 池内平均流速 u を変化させた場合

浮遊物質の沈降速度 w_p 、乱流拡散係数 E 、再浮上パラメータ k 、水深 H 、池長 L 、入口断面平均濃度 C_0 をそれぞれ 0.02 cm/sec, 5 cm²/sec, 0.01, 7 cm, 80 cm, 100 units に固定して数値実験を行なっている。これらの値は後ほど予定している乱流拡散係数の測定、再浮上パラメータ k の決定、最適水深の測定などの諸実験において用いることが予想される数値に設定したものであり、他に特別な意味があるわけではない。 u の値はおよそ $1.0 \times 10^{-4} \sim 1.0 \times 10^2$ cm/sec の間で変化させて、出口における断面平均濃度 C_{EA} および沈殿池出口における水面での濃度 C_{ES} を求めた。また式 (2-42) で定義される無次元数 a, b_1, b_2, h, l 等を計算した。

ただし、出口の断面平均濃度 C_{EA} とは出口における水深を 5 等分する点および底と水面の 2 点の計 6 点での浮遊物質濃度を平均したものである。すなわち、濃度分布式 (2-50) において $\chi = l$ とし、 $\zeta = 0, \zeta = h/5, \zeta = 2h/5, \zeta = 3h/5, \zeta = 4h/5, \zeta = h$ の各点における濃度をそれぞれ $C_{L0}, C_{L1}, C_{L2}, C_{L3}, C_{L4}, C_{L5}$ とすると C_{EA} は次式で与えられる。

$$C_{EA} = \frac{1}{5} \left\{ \frac{1}{2} (C_{L0} + C_{L5}) + C_{L1} + C_{L2} + C_{L3} + C_{L4} \right\} \quad (2-52)$$

その結果の一部を Fig. 2-2., Table 2-1. に示す。とくに u の値が小さくなればなるほど C_{EA} の小さくな

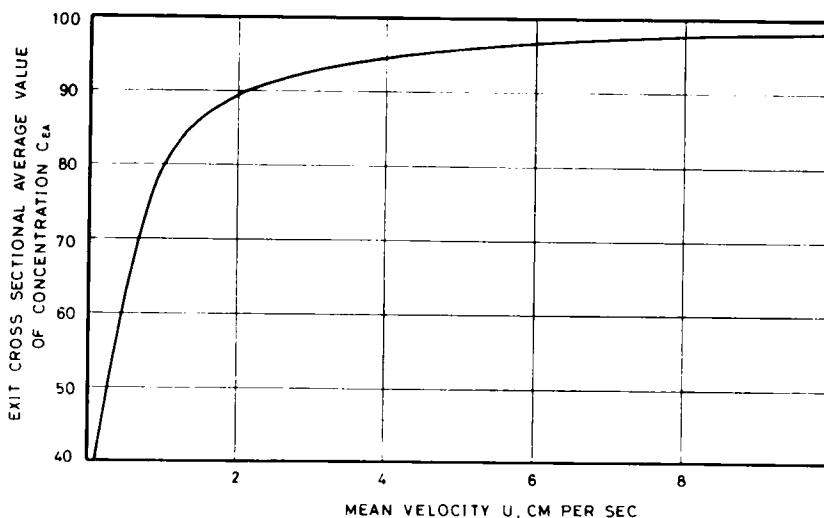


Fig. 2-2. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Mean Velocity u

Table 2-1. Variations of Exit Concentration Averaged in a Cross Section C_{EA} , Concentration at Exit Water Surface C_{ES} and Dimensionless Numbers (a, b_1, b_2, h, l) With Mean Velocity u

Mmean Velocity u	Concentration C_{EA}	Concentration C_{ES}	a	b_1	b_2	h	l
1.000×10^{-4}	2.907×10	2.880×10	5.000×10^{-3}	-9.800×10^{-1}	1.000	1.400×10^{-2}	1.600×10^{-1}
5.000×10^{-4}	2.911×10	2.884×10	2.499×10^{-2}	-9.797×10^{-1}	9.997×10^{-1}	1.400×10^{-2}	1.600×10^{-1}
1.000×10^{-3}	2.917×10	2.890×10	2.994×10^{-2}	-9.788×10^{-1}	9.988×10^{-1}	1.402×10^{-2}	1.602×10^{-1}
5.000×10^{-3}	2.963×10	2.936×10	2.425×10^{-1}	-9.507×10^{-1}	9.701×10^{-1}	1.443×10^{-2}	1.649×10^{-1}
1.000×10^{-2}	3.021×10	2.993×10	4.472×10^{-1}	-8.765×10^{-1}	8.944×10^{-1}	1.565×10^{-2}	1.789×10^{-1}
5.000×10^{-2}	3.480×10	3.447×10	9.285×10^{-1}	-3.640×10^{-1}	3.714×10^{-1}	3.770×10^{-2}	4.308×10^{-1}
1.000×10^{-1}	4.028×10	3.991×10	9.806×10^{-1}	-1.922×10^{-1}	1.961×10^{-1}	7.139×10^{-2}	8.158×10^{-1}
5.000×10^{-1}	6.228×10	6.765×10	9.992×10^{-1}	-3.917×10^{-2}	3.997×10^{-2}	3.503×10^{-1}	4.003
1.000	8.102×10	8.027×10	1.000	-1.960×10^{-2}	2.000×10^{-2}	7.001×10^{-1}	8.002
2.000	8.960×10	8.878×10	1.000	-9.800×10^{-3}	1.000×10^{-2}	1.400	1.600×10
3.000	9.286×10	9.200×10	1.000	-6.533×10^{-3}	6.667×10^{-3}	2.100	2.400×10
4.000	9.456×10	9.369×10	1.000	-4.900×10^{-3}	5.000×10^{-3}	2.800	3.200×10
5.000	9.561×10	9.473×10	1.000	-3.920×10^{-3}	4.000×10^{-3}	3.500	4.400×10
1.000×10	9.777×10	9.686×10	1.000	-1.960×10^{-3}	2.000×10^{-3}	7.000	8.000×10
5.000×10	9.955×10	9.875×10	1.000	-3.920×10^{-4}	4.000×10^{-4}	3.500×10	4.000×10^2
1.000×10^2	9.979×10	9.913×10	1.000	-1.960×10^{-4}	2.000×10^{-4}	7.000×10	8.000×10^2

(The values denote the percentage of the entrance concentration.)

る割合、すなわち除去効率の良くなる割合は急激であることがわかる。しかし、それも u が粒子沈降速度 w_p と同程度以下ではあまり改善されないようである。このことは沈殿池設計の際の池内平均流速決定の1つの目安となるものと考えられる。ただし、この結果は u 以外の諸物理量は u の変化に対して固定されたまま計算して求めたものであることに注意せねばならない。 u と w_p との相対的な大きさによって流動特性が支配的となる領域と沈降特性が支配的となる領域とがあることを示すものであろう。

(2) 粒子沈降速度 w_p を変化させた場合

u, E, k, H, L, C_0 をそれぞれ 3 cm/sec, 5 cm²/sec, 0.01, 7 cm, 80 cm, 100 units に設定して、 w_p を $1.0 \times 10^{-6} \sim 10$ cm/sec の範囲で変化させて数値計算したものである。数値計算の結果の一部は Fig. 2-3., Table 2-2. のようになる。

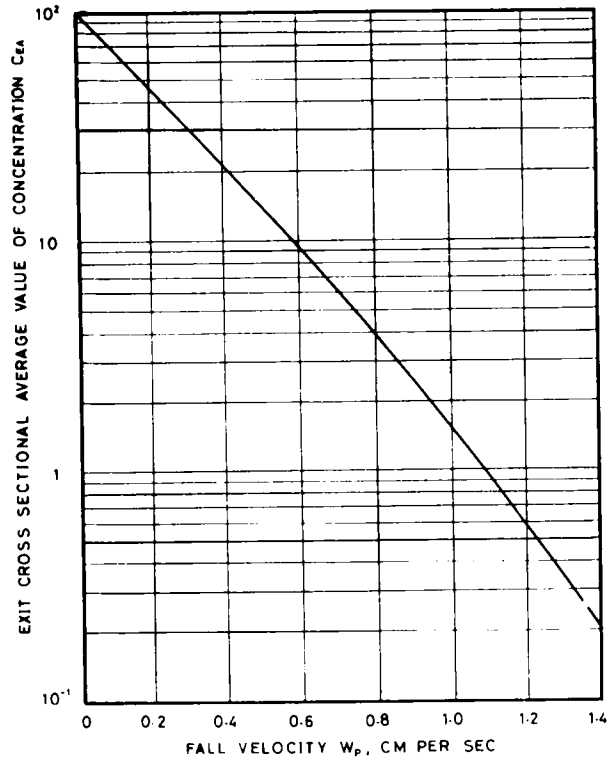


Fig. 2-3. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Fall Velocity w_p

Table 2-2. Variations of Exit Concentration Averaged in a Cross Section C_{EA} , Concentration at Exit Water Surface C_{ES} and Dimensionless Numbers (a, b_1, b_2, h, l) with Fall Velocity w_p

Fall Velocity w_p	Concentration C_{EA}	Concentration C_{ES}	a	b_1	b_2	h	l
1.000×10^{-6}	1.004×10^{-2}	1.004×10^2	1.000	3.267×10^{-7}	3.333×10^{-7}	2.100	2.400×10
1.000×10^{-5}	1.006×10^{-2}	1.006×10^2	1.000	3.267×10^{-6}	3.333×10^{-6}	2.100	2.400×10
2.000×10^{-4}	1.002×10^{-2}	1.002×10^2	1.000	6.533×10^{-5}	6.667×10^{-5}	2.100	2.400×10
2.000×10^{-3}	9.934×10	9.925×10	1.000	6.533×10^{-4}	6.667×10^{-4}	2.100	2.400×10
2.000×10^{-2}	9.286×10	9.200×10	1.000	6.533×10^{-3}	6.667×10^{-3}	2.100	2.400×10
5.000×10^{-2}	8.301×10	8.110×10	9.999×10^{-1}	1.633×10^{-2}	1.666×10^{-2}	2.100	2.400×10
8.000×10^{-2}	7.413×10	7.142×10	9.996×10^{-1}	2.612×10^{-2}	2.665×10^{-2}	2.101	2.401×10
1.000×10^{-1}	6.872×10	6.559×10	9.994×10^{-1}	3.265×10^{-2}	3.331×10^{-2}	2.101	2.401×10
2.000×10^{-1}	4.670×10	4.253×10	9.978×10^{-1}	6.519×10^{-2}	6.652×10^{-2}	2.105	2.405×10
5.000×10^{-1}	1.378×10	1.088×10	9.864×10^{-1}	1.611×10^{-1}	1.644×10^{-1}	2.129	2.433×10
8.000×10^{-1}	3.728	2.543	9.662×10^{-1}	2.525×10^{-1}	2.577×10^{-1}	2.173	2.484×10
1.000	1.492	9.220×10^{-1}	9.487×10^{-1}	3.099×10^{-1}	3.162×10^{-1}	2.214	2.530×10
2.000	9.800×10^{-3}	3.600×10^{-3}	8.321×10^{-1}	5.436×10^{-1}	5.547×10^{-1}	2.524	2.885×10
4.000	8.592×10^{-6}	1.076×10^{-8}	6.000×10^{-1}	7.840×10^{-1}	8.000×10^{-1}	3.500	4.000×10
8.000	3.031×10^{-19}	3.648×10^{-21}	3.511×10^{-1}	9.176×10^{-1}	9.363×10^{-1}	5.981	6.835×10
1.000×10	2.803×10^{-25}	9.894×10^{-27}	2.873×10^{-1}	9.387×10^{-1}	9.578×10^{-1}	7.308	8.352×10

(The values denote the percentage of the entrance concentration.)

沈降速度 w_p が増加すれば、 C_{EA} は急激に減少し、沈殿効率が指数関数的に良くなることがわかる。この結果は沈殿現象においては、やはり、浮遊粒子の沈降速度が除去効率に対する重要な因子であることを示しているものといえよう。

(3) 池長 L 、水深 H を変化させた場合

池長 L については、 L を $1.0 \sim 1.0 \times 10^3$ cm、水深については H を $5.0 \times 10^{-2} \sim 3.0 \times 10$ cm の範囲で計算を行なった。Fig. 2-4., Fig. 2-5. のような結果が得られたが、 L が大きいほど出口断面平均濃度が低くな

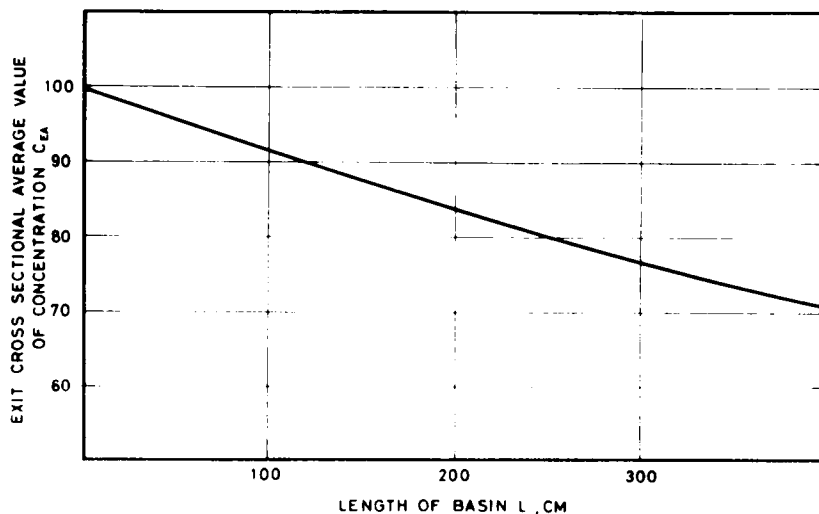


Fig. 2-4. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Length of Basin L

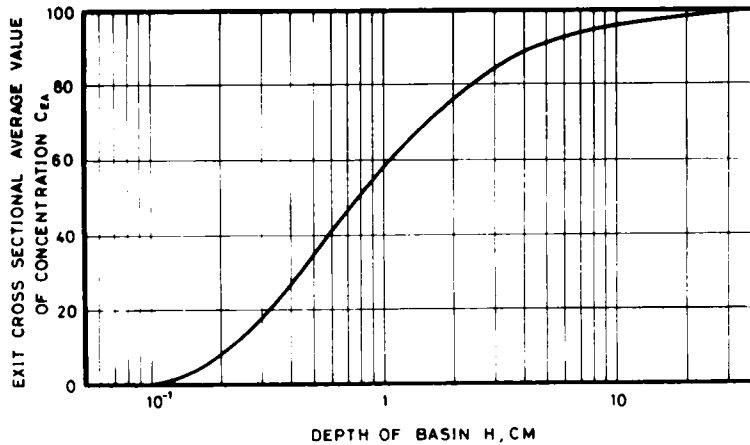


Fig. 2-5. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Depth of Basin H

るのは当然として、 H については、 H が小さくなれば C_{EA} が低くなっていることに注意せねばならない。このことは理想沈殿池の仮定では除去効率が水深とは無関係となるのに対して大きな違いである。(1)でも述べたように、これらの数値計算においては1つの変数を変える際には他の諸量に全く無関係に変化させていることを考慮しておかねばならない。実際には H を小さくすれば処理量 Q が一定ならば当然池内平均流速 u は増加し、したがって拡散係数 E も増大することが予想される。したがって水深があまり小さくなると、かえって除去効率が悪化するものと思われる。

(4) 乱流拡散係数 E を変化させた場合

E の値を $1.0 \times 10^{-2} \sim 1.0 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$ の範囲で変化させた。他の u , k , H , L , C_0 はそれぞれ 3 cm/sec , 0.01 , 7 cm , 80 cm , 100 units に固定してある。出口断面平均濃度 C_{EA} は E の影響をあまり受けないが、出口水面の濃度 C_{ES} は Fig. 2-6. に示すように、 E が小さくなると指数関数的に低下していく。このことは、とくに乱れの小さい沈殿池ほど取水の位置には注意して水面付近で行なう必要があることを示しているものと思われる。

(5) 再浮上パラメータ k を変化させた場合

再浮上パラメータ k を変化させて出口断面平均濃度 C_{EA} を求めると、Fig. 2-7., Fig. 2-8. のようになり、池内の濃度分布を求めると Fig. 2-9., Fig. 2-10., Fig. 2-11. のようになる。Fig. 2-7., Fig. 2-8. を見るといずれも再浮上パラメータ k の増加とともに出口断面平均濃度 C_{EA} は単調に増加している。この結果は2-2-2で述べた k の物理的な意味、すなわち $0 < k < 1$ では沈殿の傾向（一部再浮上）、 $k = 0$ では沈殿のみに対応しているものと思われる。また $k < 0$ では沈殿物の吸収のごとき意味をもつことを示している（沈殿池においては、もちろん $k < 0$ は考慮する必要はないが再浮上パラメータ k の物理的な意味を明かにするためにこの場合についても求めてみた）。 k の物理的な意味は Fig. 2-9., Fig. 2-10., Fig. 2-11. の立体的な濃度分布を見れば一層はつきりする。これらの図は式(2-50)により、 $u = 0.1 \text{ cm/sec}$, $w_p = 0.02 \text{ cm/sec}$,

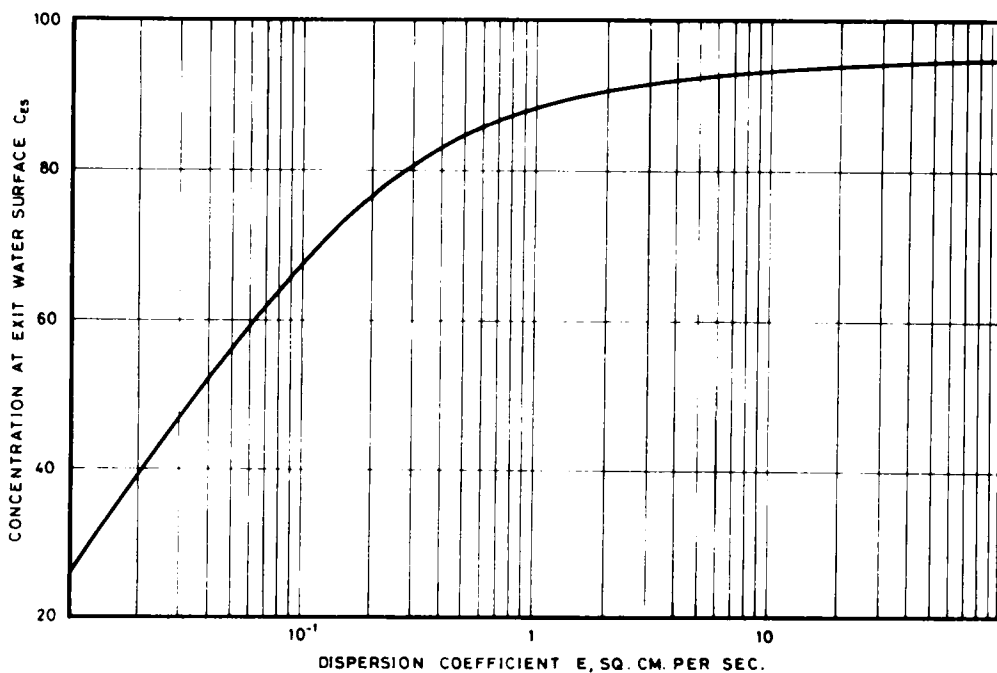


Fig. 2-6. Relations between Concentration at Exit Water Surface C_{ES} and Dispersion Coefficient E

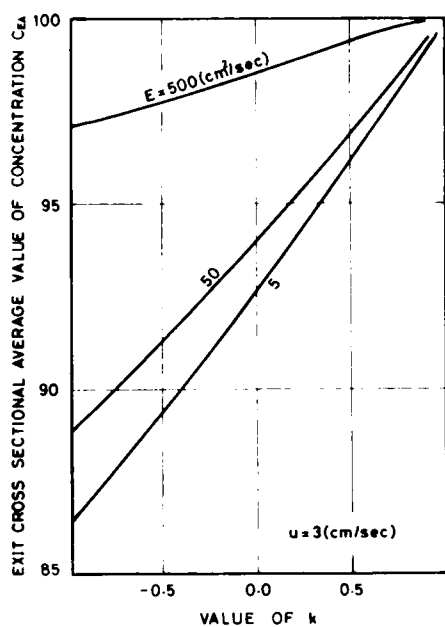


Fig. 2-7. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Value of k (1)

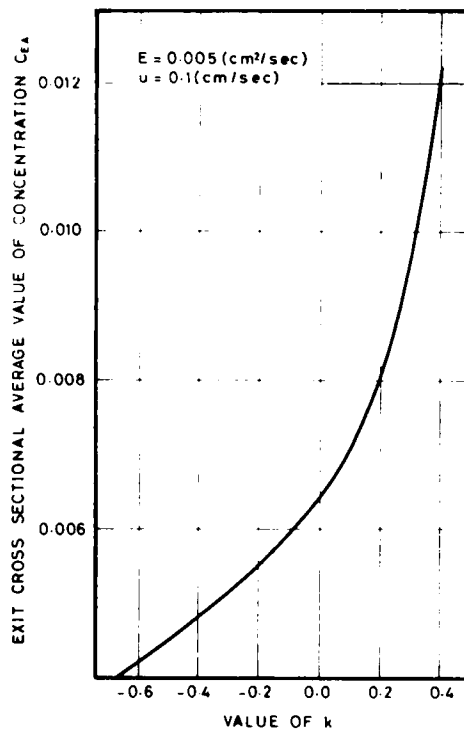


Fig. 2-8. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Value of k (2)

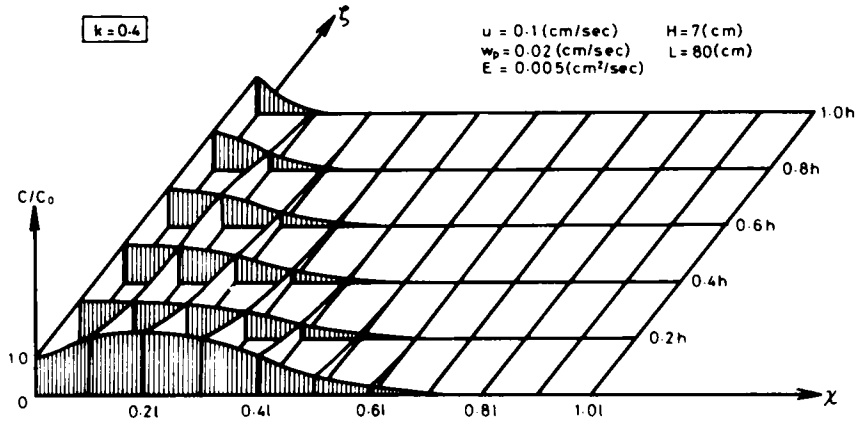


Fig. 2-9. Distribution of Sediment Concentration ($k > 0$)

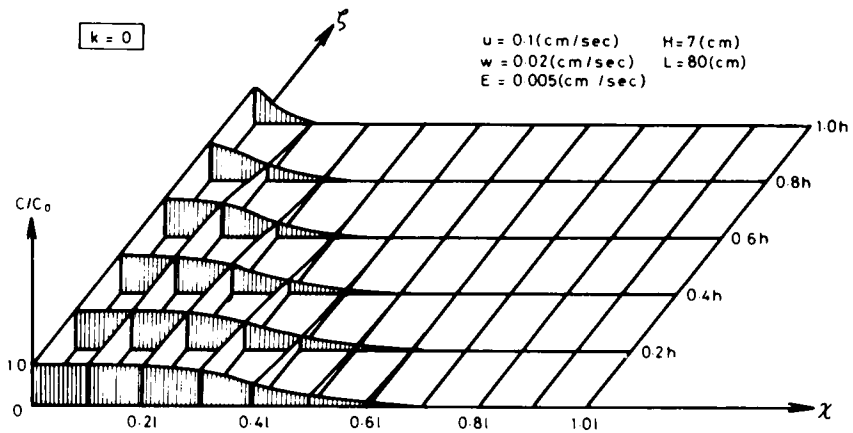


Fig. 2-10. Distribution of Sediment Concentration ($k = 0$)

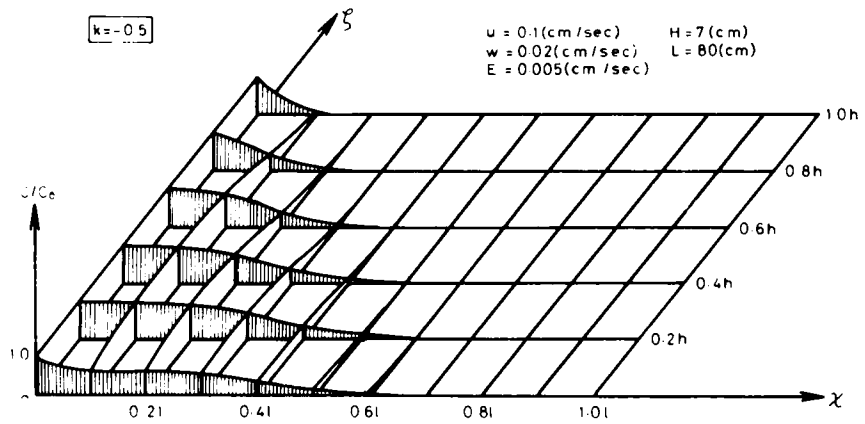


Fig. 2-11. Distribution of Sediment Concentration ($k < 0$)

$E = 0.005 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $H = 7 \text{ cm}$, $L = 80 \text{ cm}$ の条件で再浮上パラメータ k を変えて池内の濃度分布を求めたものである。 χ は流れ方向, ζ は鉛直上向き方向の軸で, それぞれ式 (2-39) で定義される無次元変数, l および h はそれぞれ式 (2-42) で定義される無次元数である。 $\chi = 0$ は池入口, $\chi = l$ は出口, $\zeta = 0$ は底, $\zeta = h$ は水面を表わす。図中の各々の山の高さが無次元濃度 C/C_0 に対応している。Fig. 2-9. は再浮上パラメータ k が正の場合で $k = 0.4$ である。Fig. 2-9. では底すなわち $\zeta = 0$ において $\chi = 0 \sim 0.4l$ にわたり無次元濃度 C/C_0 は 1.0 より高くなっており, 明かに沈殿物の再浮上があることを示している。Fig. 2-10. は $k = 0$ すなわち沈殿物の再浮上のない場合である。Fig. 2-11. は $k = -0.5$ で再浮上パラメータが負の場合の一例であるが, これは底面での沈殿物の吸収のごとき現象が存在する場合に対応している。Fig. 2-11. においてたとえば水深方向にみると $\chi \approx 0 \sim 0.2l$ では無次元濃度 C/C_0 の底面, $\zeta = 0$, における値はその途中の各点 $\zeta = 0.2h$, $\zeta = 0.4h$ 等における値よりも低くなっており吸収の現象がはっきりと表われている。

以上の数値実験の結果を検討すれば得られた実験結果はいずれも現象論的に推定される結果と良く一致し, 濃度分布式 (2-50) は矩形沈殿池内の浮遊物質の挙動を底面より再浮上をも含めて合理的に表現しているようである。したがって本章で与えた乱流拡散にもとづく沈殿池モデル式 (2-33), (2-34), (2-35) あるいは濃度分布式 (2-50) は沈殿池の設計ないしは操作に対して有効な情報を与えるものと思われる。

(6) 数値実験に対する検討

矩形沈殿池に基礎方程式 (2-37) および境界条件 (2-38) で与えられるような2次元定常分布系モデルを用いて池内平均流速 u , 粒子沈降速度 w_p , 池長 L , 水深 H , 拡散係数 E , 再浮上パラメータ k を変化させて数値実験を行なった結果から次のようなことが推論されるものと思われる。

1) 乱れによる混合, 池内平均流速, 浮遊粒子沈降速度などに関して実際の沈殿池において観察される現象から予想された結果と一致し, 本モデルから誘導される, 濃度分布式 (2-50) の妥当性が裏付けられた。

2) 本モデルでは, とくに沈殿物の再浮上の影響を加味しているが, それを記述する再浮上パラメータ k が各領域 $k > 1$, $k = 1$, $0 < k < 1$, $k = 0$, $k < 0$ において有する物理的意味の妥当性が確かめられた。

3) したがって本モデルを用いて, 沈殿池の設計・操作などについて, 考察を行なうことは十分可能であるものと思われる。

2-5 再浮上パラメータ k に対する模型沈殿槽による実験的検討⁶⁴⁾

式 (2-50) によって矩形沈殿池内の沈殿物質の再浮上を含む濃度分布を求める際にとくに問題となるのはこの式に含まれる再浮上パラメータ k の値である。パラメータ k の物理的意味およびその値については, 2-2-2 において考察した。そして定常状態の沈殿池については現象論的考察によれば, $0 < k < 1$ となることが予想される。 k の値は沈殿物の再浮上が池内の流動特性と浮遊粒子の沈降特性その他に支配されると思われるが, k について検討した研究はないので現在のところ実験的な方法によって推定せねばならない。2-2-2 において沈殿池底面付近の状態が沈殿の傾向にあれば, k は $0 \sim 1$ の間の値をとる

ということを現象論的考察によって推論し、また 2-4 の数値実験でも $k(>0)$ が大なるほど沈殿物の再浮上が大きくなり、また逆に $k<0$ では底面で沈殿物質が吸収されるということが推論できたのであるが、実際の流動状態でも k の値はこのような範囲にあるのか、またその k の値は現実に測定され得る池内平均流速 u や浮遊物質の沈降速度 w_p などの沈殿池の水理諸量によっていかに表現されるのか、などの種々の解決すべき問題点が残されている。これらの問題の一部は理論的考察によってある程度解決できるが、やはり実際に模型水槽などで除去効率を実測から求めることも必要である。そこで、模型水槽を用いて以下に述べるような実験を行なった。

(1) 実験装置の概要

実験は矩形槽内の拡散係数の測定と流入水および流出水中の浮遊物質濃度の測定の2つからなる。拡散係数の測定のプロードイアグラムは Fig. 2-12. に示すとおりで、また濃度の測定のプロードイアグラムは Fig. 2-13. のようなものである。浮遊物質の濃度は EDTA 法⁶⁵⁾ による $C_{Ca^{++}}$ の定量分析から求めた。

矩形波沈殿槽は Fig. 2-14. に示すような幅 20 cm、高さ 20 cm、長さ 140 cm の透明アクリル樹脂製および塩化ビニール樹脂性で 4 つのセグメントに分割されており、ゴム・パッキングおよびボルト・ナットで接合するようにし、出口の越流堰および入口の整流板などを取りはずして変更が容易になるようにしてある。沈殿部の貯水容積は約 $7 \times 20 \times 80 \text{ cm}^3$ で両側面は透明アクリル樹脂製とし、とくに一方の側面には 5 cm 間隔の格子が黒白で刻記してあり、沈殿部の流れの様相などを観察することができる。流入部は直径 6 mm の穴を全面に上下左右とも 1 cm おきにあげた整流板を設けて流れが一様となるようにし、流出部には全幅越流堰を設けた。ヘッド・タンクは容積約 90 l で地上高約 2 m の台上に設置された。流量調整は 1.5 inch のスルース・バルブによって行ない、流量測定にはベンチュリー管とマンメーターとを用いた。

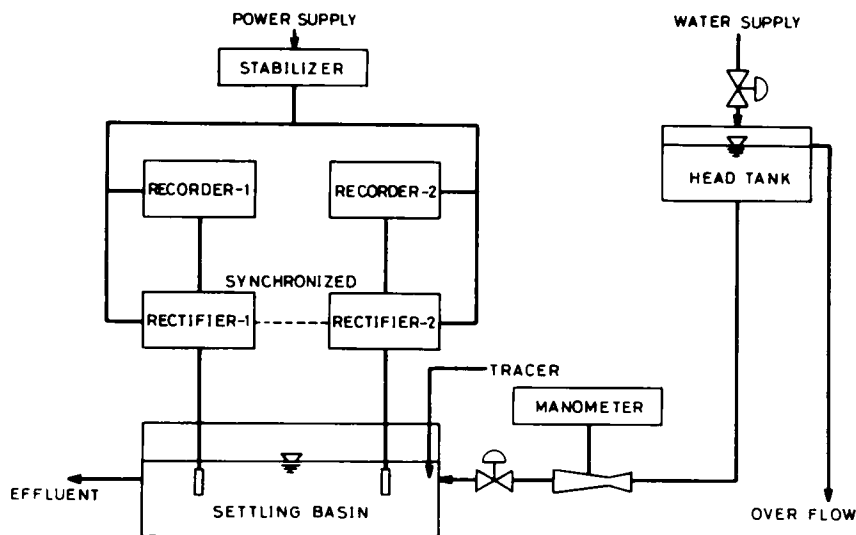


Fig. 2-12. Flow Diagram of Dispersion Coefficient Measuring Apparatus

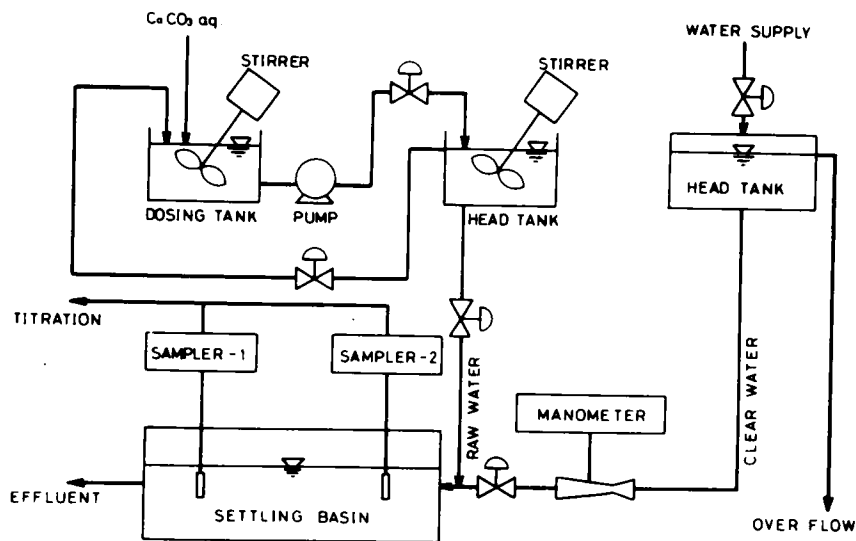


Fig. 2-13. Flow Diagram of Sediment Concentration Measuring Apparatus

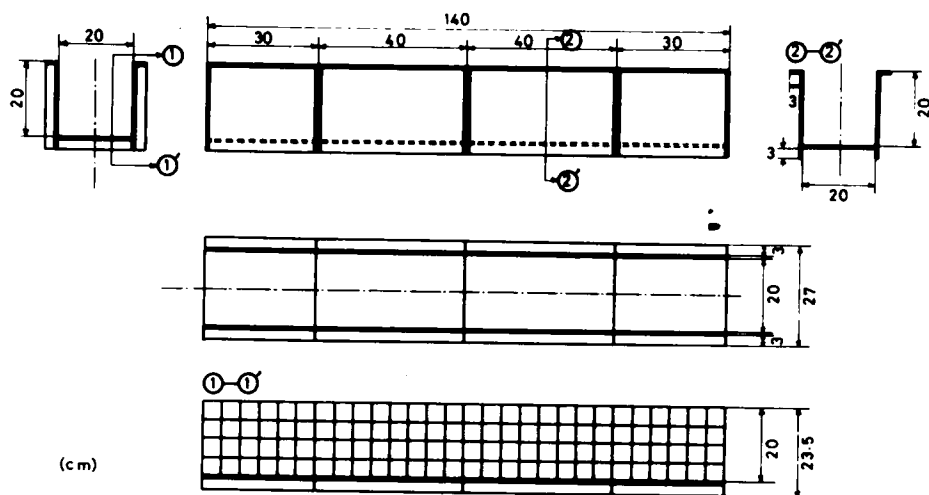


Fig. 2-14. Dimensions of Model Basin

(2) 乱流拡散係数 E_s , E_z の測定⁶⁶⁾

上記の矩形沈殿槽、ヘッド・タンク、ベンチュリー管などの他に白金電極プローブ、レクティファイヤー、レコーダー、スタビライザー、を Fig. 2-12. のように接続する。電解質トレーサー (NaCl 溶液) の電気伝導度を測定し、それをトレーサ濃度に換算し、乱流拡散係数を算定する。トレーサ検出用プローブは直径 6.5

mm, 長さ 38cm のガラス製支持棒の先端に直径 0.5 mm の白金電極をつけたものである。供給電源は 5V60Hz でトレーサ溶液の分極を防止し、これを整流回路を通した後、レコーダーで電気伝導度対時間曲線として記録した。そしてあらかじめ作製したトレーサ濃度と電気伝導度との関係を電算機に記憶させておき測定により得られたトレーサの電気伝導度対時間曲線をデータとして読み込ませることにより濃度対時間曲線への変換を行なった。トレーサは $NaCl$ 溶液に視覚によるトレーサ確認用にメチレン・ブルーを少量添加し、更にエチル・アルコールを加え、その比重を拡散係数を測定すべき水道水の比重とほぼ等しくなるように調整したものである。

乱流拡散係数の算定は、流下方向 (x 軸) について、1 次元的に測定した見かけ上の乱流拡散係数 K_x を求め、これより 2 次元的 (あるいは 1 次元的) に取り扱った場合の乱流拡散係数 E_x, E_z を求めた。すなわち 1 次元拡散方程式を

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2-53)$$

とし 2 次元拡散方程式を

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2-54)$$

とする。実際の拡散係数の測定では 1 次元的に取り扱った式 (2-53) の見かけ上の乱流拡散係数 K_x を測定しておき、これより式 (2-54) のような 2 次元的に取り扱った場合の乱流拡散係数 E_x, E_z を求めるのである。

まず槽内の流速分布は対数則⁶⁷⁾に従うものと仮定する。そうすると E_x, E_z と K_x の間の関係は Taylor⁶⁸⁾ や Elder⁶⁹⁾ などの仮定を用いて計算すると

$$\left. \begin{aligned} E_x &= K_x \\ E_z &= 9.6 \times 10^{-3} K_x \end{aligned} \right\} \quad (2-55)$$

である (付録 A-1 参照)。ここに E_x は流れに垂直な断面における平均値である。すなわち

$$\left. \begin{aligned} E_z &= \int_0^1 E(w) dw = \frac{1}{6} \kappa h u_\tau \\ E(w) &= \kappa h u_\tau w (1-w) \\ w &= z/h \end{aligned} \right\} \quad (2-56)$$

である。ただし、 κ はカルマン定数で $\kappa \sim 0.4$, u_τ は摩擦速度、 h は水路の水深である。 K_x はモーメント法⁷⁰⁾によれば、

$$\left. \begin{aligned} K_x &= \frac{1}{2} \frac{\Delta \sigma_{\xi}^2}{\Delta t} \\ \sigma_{\xi i}^2 &= u^2 \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} C t^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} C t dt} - \left(\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} C t dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} C dt} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2-57)$$

で計算される。ただし、 C はトレーサ濃度、 t は時間、 u は主流の平均流速である。なお、式(2-57)による K_x の算定では2点においてトレーサの検出を行なうから、理論的にはトレーサの注入形式(インパルス的なインプットあるいはユニット・ファッショ的なインプットなど)には無関係であるという利点を有する。

測定は全水深が約7 cmの場合について、底面から1 cm, 2 cm, 4 cm, 6 cmの各点において行なったが、その結果は Table 2-3. に示すとおりである。本実験の範囲ではトレーサが水槽の底面で反射され、その影響が加わる恐れのある測点1 cmの値を含めても、 E_x の水深方向の変化は全水深にわたって2~3倍程度で、オーダ的にはそれほど変化はないといえる。本実験の場合には、この実測結果からは E_x の水深方向については特定の傾向は見出し難いので、 E_x および E_z をほぼ一定と仮定するのが妥当であると思われる。結果的にもこのような測定値の取り扱い方は拡散係数 E_x, E_z などの算定に際して、これらを一定と仮定して計算を進めたことと矛盾しない(付録A-Iを参照)。実験結果をレイノルズ数 Re およびフルード数 F で整理すると Fig. 2-15., Fig. 2-16. のようになる。いずれの場合も $Re = 400 \sim 2400$ あるいは $F = 0.01 \sim 0.08$ 程度ではそれぞれ $E_x \sim Re$, $E_x \sim F$ にはかなり明瞭な相関が認められる。ただし、 Re および F は次のように定義した。

Table 2-3. Observed Dispersion Coefficients E_x and E_z

Measuring point (cm)	Mean Velocity u (cm/sec)	Reynolds No. Re	Froude No. F	Dispersion Coefficient E_x (cm ² /sec)	Dispersion Coefficient E_z (cm ² /sec)
1	1.448	5.158×10^{-2}	1.761×10^{-2}	1.055×10^1	1.013×10^{-1}
1	2.817	1.020×10^{-3}	3.377×10^{-2}	3.671×10^1	3.524×10^{-1}
1	4.110	1.512×10^{-3}	4.859×10^{-2}	2.594×10^1	2.491×10^{-1}
1	5.312	1.989×10^{-3}	6.184×10^{-2}	1.946×10^2	1.868
1	6.410	2.449×10^{-3}	7.332×10^{-2}	8.992×10^1	8.633×10^{-1}
2	7.519×10^{-1}	2.809×10^{-2}	9.314×10^{-3}	4.399	4.223×10^{-2}
2	1.460	5.552×10^{-2}	1.782×10^{-2}	5.030	4.826×10^{-2}
2	2.158	8.278×10^{-2}	2.615×10^{-2}	1.589×10^1	1.523×10^{-1}
2	2.817	1.094×10^{-3}	3.377×10^{-2}	2.949×10^1	2.831×10^{-1}
2	3.448	1.348×10^{-3}	4.091×10^{-2}	3.133×10^1	3.007×10^{-1}
2	4.093	1.610×10^{-3}	4.829×10^{-2}	5.197×10^1	4.989×10^{-1}
2	4.730	1.871×10^{-3}	5.554×10^{-2}	6.191×10^1	5.943×10^{-1}
2	5.321	2.107×10^{-3}	6.198×10^{-2}	1.031×10^2	9.900×10^{-1}
2	5.816	2.341×10^{-3}	6.678×10^{-2}	1.421×10^2	1.364
4	1.460	5.351×10^{-2}	1.782×10^{-2}	7.629	7.324×10^{-2}
4	2.149	7.966×10^{-2}	2.598×10^{-2}	1.009×10^1	9.691×10^{-2}
4	2.817	1.055×10^{-3}	3.377×10^{-2}	1.570×10^1	1.507×10^{-1}
4	3.458	1.308×10^{-3}	4.108×10^{-2}	4.686×10^1	4.499×10^{-1}
4	4.110	1.564×10^{-3}	4.859×10^{-2}	4.029×10^1	3.868×10^{-1}
4	4.711	1.811×10^{-3}	5.521×10^{-2}	8.742×10^1	8.393×10^{-1}
4	5.333	2.061×10^{-3}	6.221×10^{-2}	1.093×10^2	1.049
4	5.872	2.297×10^{-3}	6.777×10^{-2}	1.114×10^2	1.069
4	6.468	2.543×10^{-3}	7.431×10^{-2}	2.751×10^2	2.641
6	7.519×10^{-1}	2.809×10^{-2}	9.314×10^{-3}	6.206	5.958×10^{-2}
6	1.476	5.576×10^{-2}	1.811×10^{-2}	9.672	9.285×10^{-2}
6	2.155	8.273×10^{-2}	2.609×10^{-2}	1.735×10^1	1.666×10^{-1}
6	2.825	1.095×10^{-3}	3.391×10^{-2}	2.697×10^1	2.589×10^{-1}
6	3.472	1.360×10^{-3}	4.133×10^{-2}	4.072×10^1	3.909×10^{-1}
6	4.110	1.622×10^{-3}	4.859×10^{-2}	6.524×10^1	6.263×10^{-1}
6	4.741	1.883×10^{-3}	5.521×10^{-2}	9.872×10^1	9.477×10^{-1}

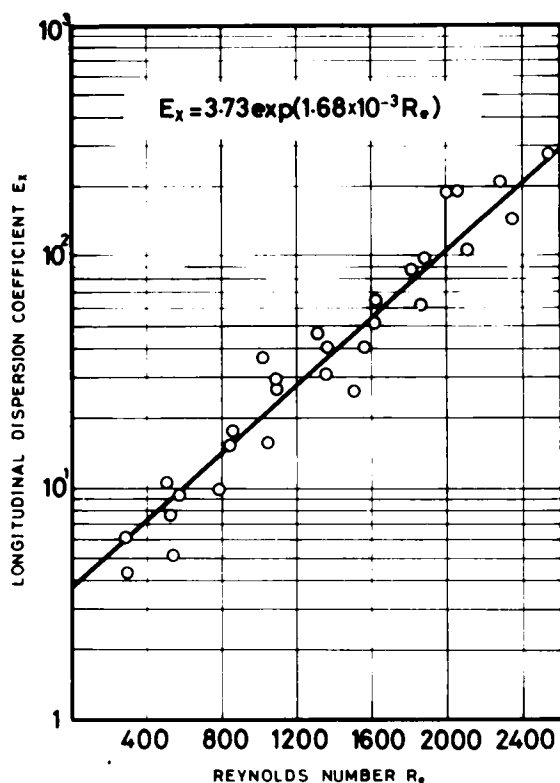


Fig. 2-15 Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Reynolds Number R_e

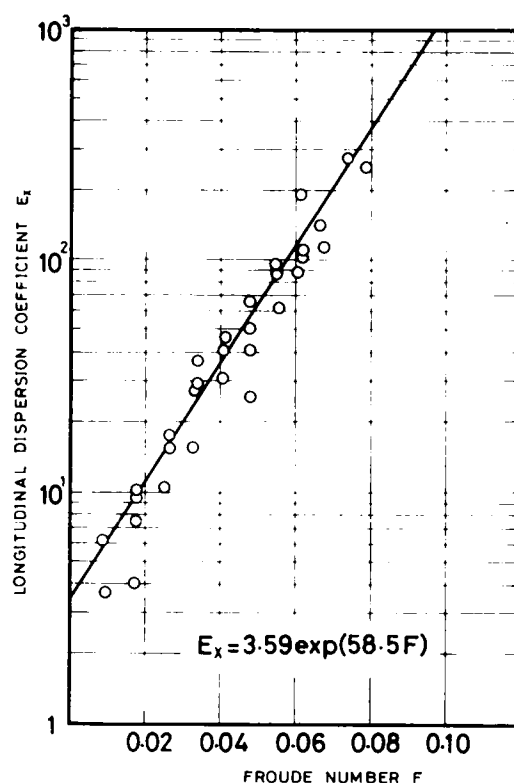


Fig. 2-16. Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Froude Number F

$$\left. \begin{aligned} R_e &= \frac{uR}{\nu} \\ F &= \frac{u}{\sqrt{gh}} \end{aligned} \right\} \quad (2-58)$$

ここに、 u は槽内平均流速、 R は槽の径深、 h は水深、 ν は水の動粘性係数、 g は重力加速度である。拡散係数の実測では槽内平均流速 u のみを変化させたが、 E_x および E_z の R_e あるいは F との関係を最小二乗法により求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 3.73 \exp(1.68 \times 10^{-3} R_e) \\ E_z &= 3.58 \times 10^{-2} \exp(1.68 \times 10^{-3} R_e) \end{aligned} \right\} \quad (2-59)$$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 3.59 \exp(58.5 F) \\ E_z &= 3.45 \times 10^{-2} \exp(58.5 F) \end{aligned} \right\} \quad (2-60)$$

(3) 浮遊物質の濃度の測定

実験には沈降性の浮遊物質として、沈降性炭酸カルシウム (CaCO_3) を用いた。これは白色粉末で JIS A 1202 の比重試験⁷¹⁾を行なったところ比重約 2.80 (15℃ の水に対して) で、土の平均比重よりもやや大

きく、また沈降分析により Fig. 2-17. のような粒度分布が得られた。平均粒径 (D_{50}) 1.72×10^{-2} mm, 平均沈降速度 0.026 cm/sec でシルトの性状に相当するものと思われるが,^{72)~74)} 粒度はかなり均一で、その約 95 % (質量百分率) がほぼ $1 \times 10^{-2} \sim 3 \times 10^{-2}$ cm/sec の間にある。この沈降性炭酸カルシウムの約 1000 ppm 水溶液を原水として、これを水道水に混入せしめ、沈殿槽入口で濃度が 100 ~ 300 ppm になるように調整した。この場合の装置のフロー・ダイヤグラムは Fig. 2-13. に示したとおりである。

濃度測定に際しては、サンプリング時に出口の越流堰の影響を受けないように、出口より 15 cm 上流側 (入口より 65 cm) の流心で底面より

1 cm, 3 cm, 6 cm の 3 点においてサンプリングを行ない、これらの値を平均したものをもって断面平均濃度とした。濃度は EDTA 法⁶⁵⁾ により 3 回滴定して求めた値の平均値である。

再浮上パラメータ k の値は実測値より得た濃度と式 (2-50) によって求めた濃度とが等しくなるように k を定めることによって推定した。まず適当な k の仮定値 ($0 < k < 1$) に対して、 C_0 , u , w_p , E_x , E_z , H , L 等の実測値を与えて、濃度分布式 (2-50) により、サンプリング地点の濃度を計算する。この計算濃度と実測値より得た濃度の値とを比較し、適当な精度で一致すればこの k の仮定値を求める k の値とする。もし、一致しなければ k の仮定をやり直して、再び計算する。このような計算手順をくり返すことにより、実測した濃度と同じ計算濃度を与える k を試行錯誤法により求めた。式 (2-50) に示す 2 次元定常モデルに対して k を求めた結果の一部は Table 2-4. に示すとおりである。

次に再浮上パラメータ k を E_x の関数によって記述することを試みた。 k と E_x との関係は直感的考察および実験値の視察により、

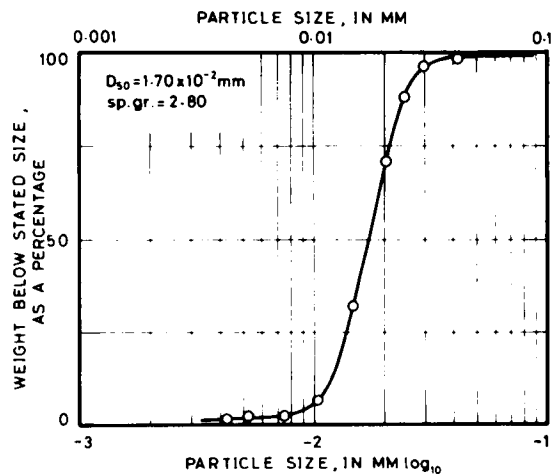


Fig. 2-17. Particle Size Distribution of CaCO_3

Table 2-4. Calculated Scouring Parameter k and Experimental Conditions

Flow Rate Q (cc/sec)	Depth H (cm)	Mean Velocity u (cm/sec)	Kinematic Viscosity ν (cm^2/sec)	Concentration C_{65}/C_0 (%)	Dispersion Coefficient E_x (cm^2/sec)	Scouring Parameter k (—)
162.6	6.88	1.182	1.271×10^{-2}	81.2	3.96	0.18
250.0	7.04	1.775	1.308×10^{-2}	89.1	7.60	0.32
363.3	7.18	2.530	1.395×10^{-2}	95.7	10.5	0.58
428.3	7.29	2.920	1.271×10^{-2}	96.8	14.2	0.66

(C_{65} is the concentration at the downstream point apart 65 cm from the entrance.)

$$k = A_1 \exp(-A_2/E_x) \quad (2-61)$$

なる形が一例として考えられる。ただし、 A_1, A_2 は正の定数である。この関数形に対して、 k の実験値を用いて、 A_1 および A_2 を最小二乗法により推定すれば、2次元モデルについては、

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = 1.17 \\ A_2 = 8.05 \end{array} \right\} \quad (2-62)$$

となる。 $0 < k < 1$ であるから、この A_1 および A_2 の推定値は本実験範囲 ($F = 0.01 \sim 0.08$) 程度の k および E_x (あるいは E_z) についてのみ妥当なものであることはいうまでもない。同様に第3章で述べるような1次元モデルに対して求めると

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = 1.65 \\ A_2 = 25.5 \end{array} \right\} \quad (2-63)$$

となる。また、このとき用いた CaCO_3 以外の沈降特性を有する浮遊物質の場合には、これら A_1, A_2 の値はまた別の値をとることが考えられる。

式(2-61)の関係をプロットすると式(2-37)の2次元モデルで求めたものは Fig. 2-18. のようになり、後述する式(3-10)の1次元モデルに対して求めたものは Fig. 2-19. のようになる。図中の○印は測定値である。また E_x に対して式(2-59)の関係を用いてレイノルズ数 Re と k との関係を求めると Fig. 2-20. のようになり、式(2-60)の関係式を用いてフルード数 F と k との関係を求めると Fig. 2-21. のようになる。

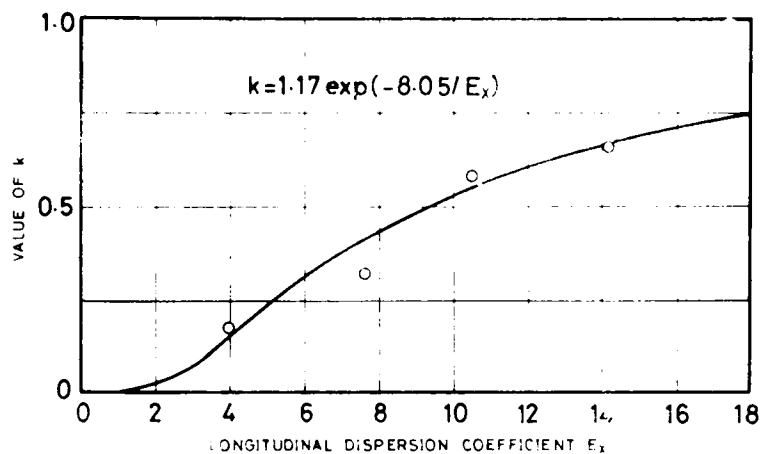


Fig. 2-18. Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Value of k (1)

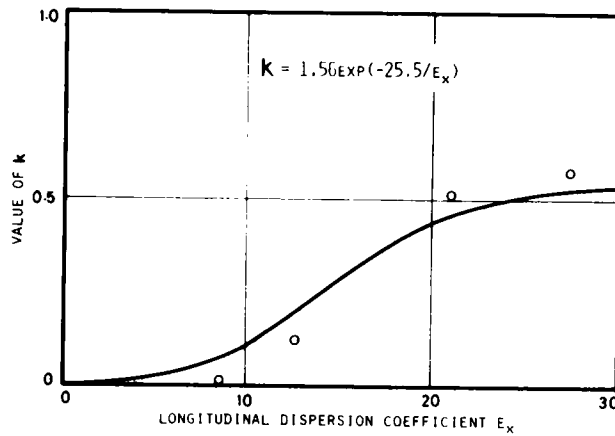


Fig. 2-19. Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Value of k (2)

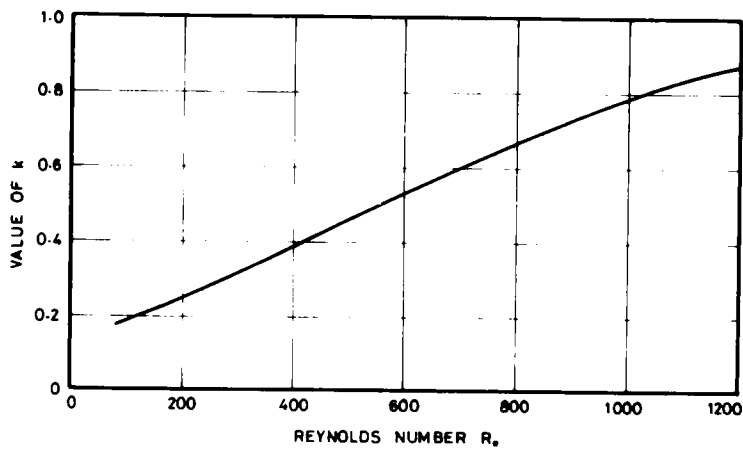


Fig. 2-20. Relations between Value of k and Reynolds Number R_e

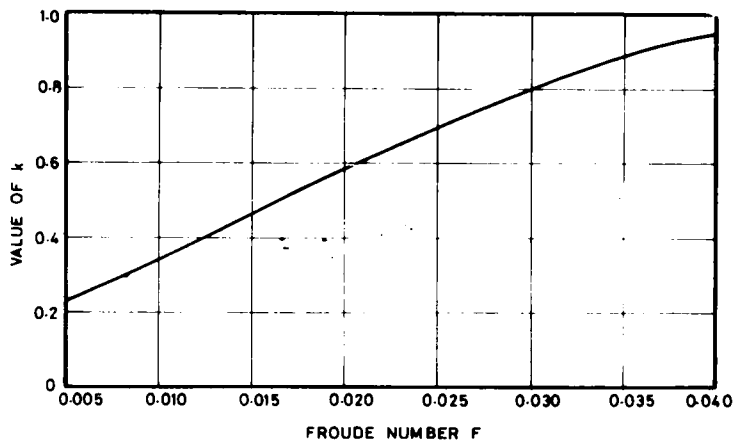


Fig. 2-21. Relations between Value of k and Froude Number F

(4) 模型水槽実験の結果に対する検討

数値実験では沈殿物の再浮上の問題が式(2-37), (2-38)のような偏微分方程式の境界値問題として取り扱えることが明らかとなったが, 本モデルの基礎方程式に含まれる乱流拡散係数 E_x および E_z と境界条件に含まれる再浮上パラメータ k は模型水槽実験により, 次のような形で与えられることがわかった。

乱流拡散係数 E_x および E_z はレイノルズ数 R_e およびフルード数 F の関数として記述できる。すなわち E_x, E_z はレイノルズ数を用いると, 例えば

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 3.73 \exp(1.68 \times 10^{-3} R_e) \\ E_z &= 3.58 \times 10^{-2} \exp(1.68 \times 10^{-3} R_e) \end{aligned} \right\}$$

で与えられ, フルード数を用いると, 例えば

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 3.59 \exp(58.5 F) \\ E_z &= 3.45 \times 10^{-2} \exp(58.5 F) \end{aligned} \right\}$$

で与えられる。

再浮上パラメータ k は乱流拡散係数 E_x の関数として, たとえば次のように記述される。すなわち2次元モデルに対しては

$$k = 1.17 \exp(-8.05/E_x)$$

となり, 第3章で述べる1次元モデルに対しては

$$k = 1.56 \exp(-25.5/E_x)$$

となる。

ただし, 以上の関係は本実験水槽において得られたものであり, 別の装置については, 異なった係数をとるものと思われるが, 少なくとも各水理量間の関数関係は成立するものと思われる。

2-6 要 約

本章では乱流拡散による沈殿池内の浮遊物質の混合を Euler 的な解析方法により記述することとして, 2次元の沈殿池モデルを確立し, それを解析的に解き, 数値実験よりそのモデルおよび解の妥当性について検討した。また, このモデルに導入された沈殿物の再浮上を記述する再浮上パラメータ k についても模型水槽による実験的検討を加えた。その結果は次のように要約される。

1) 沈殿物の再浮上を考慮した2次元の沈殿池モデルは Eulerian diffusion equation (2-33) および再浮上パラメータ k を含む境界条件(2-34)および初期条件(2-35)によって構成される。

2) 上述のモデルで定常状態の場合について池内の濃度分布(2-50)を得た。そして, この濃度分布について種々の数値実験を行ない検討した結果, この濃度分布および沈殿池モデルの妥当性が明らかとなった。

3) 再浮上パラメータ k に対する 2-2-2 で述べるような物理的意味は 2 次元定常モデルによる濃度分布式 (2-50) を用いた数値実験によっても確認された。

4) 再浮上パラメータ k と沈殿池で実測されうる水理諸量との関係式の一例を式 (2-61) のように与え、模型水槽実験により、この関係式に含まれる係数の値を (2-62), (2-63) のように推定した。

5) 模型水槽実験により、乱流拡散係数 E_x とレイノルズ数 R_e との関係は式 (2-59) のように、また乱流拡散係数 E_x とフルード数 F との関係は式 (2-60) のように求められた。

参 考 文 献

- 1) 野満隆治：河川学，地人書館，東京，昭和18年8月，pp.167~223.
- 2) 速見頌一郎：堆積過程の研究，地球科学，1950年4月，pp.23~30.
- 3) 合田 健：開水路における浮遊流砂の分布について，土木学会誌，Vol.35，No.10，昭和25年10月，pp.17~22.
- 4) Morrrough P. O'Brien, "Review of the Theory of Turbulent Flow and Its Relation to Sediment Transportation," National Research Council ; Transactions of the American Geophysical Union, Vol.14, 1933, pp.487~491.
- 5) S.K.Friedlander, "Behavior of Suspended Particles in a Turbulent Fluid," A.I.Ch.E. Journal, Vol.3, No.3, 1957, pp.381~385.
- 6) Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, "Sediment Transportation Mechanics-Suspension of Sediment," Progress Report, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.89, No.HY5, 1963, pp.45~76.
- 7) Billy J.Barfield, "Prediction of Sediment Profiles in Open Channel Flow by Turbulent Diffusion Theory," Water Resources Research, Vol.5, No.1, 1969, pp.291-299.
- 8) Robert P.Apmann and Ralph R.Rumer, "Diffusion on Sediment in Developing Flow," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.96, No.HY1, 1970, pp.109~123.
- 9) Allen T.Hjelmfelt and Charles W.Lenau, "Nonequilibrium Transport of Suspended Sediment," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.96, No.HY7, 1970, pp.1567~1586.
- 10) William W. Sayre, "Dispersion of Silt Particles in Open Channel Flow," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.95, No.HY3, 1969, pp.1009~1038.
- 11) 石原藤次郎，本間 仁編：応用水理学I(中I)，丸善，東京，昭和33年1月，pp.21~27.
- 12) G.K.Batchelor, "Diffusion in a Field of Homogeneous Turbulence," Australian Jour-

- nal of Scientific Research, Series A, Physical Sciences, Vol.2, 1949, pp.437~450.
- 13) G.K.Batchelor, "Diffusion in a Field of Homogeneous Turbulence II, The Relative Motion of Particles," Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol.48, 1952, pp.345~362.
 - 14) 今本博健：関水路流れにおける乱流拡散過程，水理学・水文学における最近の進歩，土木学会，昭和42年，pp.80~82.
 - 15) J.Crank, "The Mathematics of Diffusion," Oxford at the Clarendon Press, 1956.
 - 16) J.T.Davies, "Turbulence Phenomena," Academic Press, N.Y., 1972, pp.84~85.
 - 17) Theodor von Kármán, "Some Aspects of the Turbulence Problem," Proceedings of the 4-th International Congress for Applied Mechanics, Cambridge, England, 1935, pp.54~91.
 - 18) 岩佐義朗：水理学，朝倉書店，東京，昭和42年8月，pp.54~55.
 - 19) Walter Hans Graf, "Hydraulics of Sediment Transport," Mc Graw-Hill, N.Y., 1971, pp.166~167.
 - 20) A.A.Kalinske and C.L.Pien, "Experiments on Eddy-Diffusion and Suspended Material Transportation in Open Channels," Transaction of the American Geophysical Union, Vol.24, Part II, 1943, pp.530~536.
 - 21) 室田 明：浮砂濃度と流速分布の関連について，土木学会誌，第38巻，第11号，昭和28年11月，p.480.
 - 22) Cheng-lung Chen, "Sediment Dispersion in Flow with Moving Boundaries," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.97, No.HY8, 1971, pp.1181~1201.
 - 23) Cheng-lung Chen, "Fate of Thermally Polluted Surface Water in Rivers," Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.97, No.SA3, 1971, pp.311~331.
 - 24) 鮎川恭三，越智順治：管内混相流れの理論 — 乱流拡散に関連して — ，化学工学，Vol.37，No.7，1973，pp.663~669.
 - 25) S.L.Soo, "Fluid Dynamics of Multiphase Systems," Blaisdell, Waltham, 1967, pp.34~35.
 - 26) M.R.Carstens, "Accelerated Motion of Spherical Particles," Transactions of the American Geophysical Union, Vol.33, No.6, 1952, pp.713~721.
 - 27) M.R.Carstens, "Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in Closed Channels (Discussion)," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.117, 1952, pp.443~445.
 - 28) 吉岡直哉，金岡千嘉男，江見 準，牧野三則：十分に発達した乱流下での粒子乱流拡散係数と粒子沈着速度，化学工学，Vol.37，No.8，1973，pp.843~848.

- 29) 横山長之, 井野光秋: ばいじんや重い粒子の拡散, 公害, Vol.6, No.2, 1971, pp.25~31.
- 30) V.I.Matyukhin and O.N.Prokofyev, "Experimental Determination of the Coefficient of Vertical Turbulent Diffusion in Water for Settling Particles," Soviet Hydrology (Am., Geophys. Union), No.3, 1966, pp.310~316.
- 31) Michael K. Householder and Victor W. Goldschmidt, "Turbulent Diffusion and Schmidt Number of Particles," Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.95, No.EM6, 1969, pp.1346~1367.
- 32) Harvey E. Jobson and William W. Sayre, "Vertical Transfer in Open Channel Flow," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.96, No.HY3, 1970, pp.703~724.
- 33) 野満隆治, 軽部末蔵, 川口武雄: 河川の横断面に於ける塩分並に浮遊砂泥の分布と横流(阿蘇黒川の研究, 第1報), 地球物理, 第6巻, 第1号, 昭和17年5月, pp.16~36.
- 34) E.W.Lane and A.A.Kalinske, "Engineering Calculations of Suspended Sediment," Transactions of the American Geophysical Union, Vol.22, 1941, pp.603~607.
- 35) H.E.Hurst, "The Suspension of Sand in Water," Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol.124, 1929, pp.196~201.
- 36) Hunter Rouse, "Experiments on Mechanics of Sediment Suspension," Proceedings of the 5-th International Congress for Applied Mechanics, John Wiley & Sons, N.Y., 1939, pp.550~554.
- 37) Eilliam E. Dobbins, "Effect of Turbulence on Sedimentation," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.109, 1944, pp.629~678.
- 38) Thomas R. Camp, "Sedimentation and the Design of Settling Tanks," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.111, 1946, pp.895~958.
- 39) Hunter Rouse, "Modern Conceptions of the Mechanics of Fluid Turbulence," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.102, 1937, pp.463~543.
- 40) Vito A. Vanoni, "Some Experiments on the Transportation of Suspended Load," Transactions of the American Geophysical Union, Vol.22, 1941, pp.608~621.
- 41) Vito A. Vanoni, "Transportation of Suspended Sediment by Water," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.111, 1946, pp.67~133.
- 42) Alvin G. Anderson, "Distribution of Suspended Sediment in a Natural Stream," Transactions of the American Geophysical Union, Vol.23, 1942, pp.678~683.
- 43) Carl F. Nordin and George R. Dempster, "Vertical Distribution of Velocity and Suspended Sediment Middle Rio Grande New Mexico," U.S.Geological Survey, Professional Paper 462-B, 1963, pp.B1~B20.

- 44) B.R.Colby and C.H.Hembree, " Computations of Total Sediment Discharge Niobrara River Near Cody, Nebraska," U.S.Geological Survey Water-Supply Paper 1357, 1955, pp.10~20.
- 45) 椿東一郎：浮遊砂が流れに及ぼす影響について，土木学会誌，第40巻，第9号，昭和30年9月，pp.1~6.
- 46) Hassan H. Ismail, " Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in Closed Channels," Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol.117, 1952, pp.409~446.
- 47) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第92号，昭和38年4月，pp.11~20.
- 48) 志村博康：浮遊砂を有する水流の諸特性について，土木学会論文集，第46号，昭和32年6月，pp.22~29.
- 49) Grove Karl Gilbert, " The Transportation of Debris by Running Water," U.S.Geological Survey, Professional Paper 86, 1914, pp.15~29.
- 50) William W. Rubey, " The Force Required to Move Particles on a Stream Bed," U.S. Geological Survey, Professional Paper No.189-E, 1937, pp.121~140.
- 51) Task Committee on Preparation on Sedimentation Manual, " Sediment Transportation Mechanics : Initiation of Motion," Progress Report, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.92, No.HY2, 1966, pp.291~312.
- 52) 浅田 宏，谷川晴雄：混合砂礫の掃流限界と掃流砂量式，技術研究所報告 No.68045，電力中央研究所，1968年11月，pp.1~24.
- 53) Satya P. Garg, A. K. Agrawal, and Prem Raj Singh, " Bed Load Transportation in Alluvial Channels," Journal of the Hydraulics of Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.97, No.HY5, 1971, pp.653~664.
- 54) Harry M. Hill, Vajapeyam S. Srinivasan and Tharakkal E. Unny, " Instability of Flat Bed in Alluvial Channels," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.95, No.HY5, 1969, pp.1545~1558.
- 55) Anthony J. Grass, " Initial Instability of Fine Bed Sand," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.96, No.HY3, 1970, pp.619~632.
- 56) 野満隆治：河川浮泥の水面条件と其の応用，天文学及地球物理学邦文輯報，第1巻，第4号，昭和18年3月，pp.161~169.
- 57) 犬井鉄郎：応用偏微分方程式論，岩波書店，東京，1951年4月，p.221.
- 58) 合田 健：上水浄化における水理学上の基礎的諸問題，京都大学学位論文，昭和31年3月.
- 59) A.S.Monin, " On the Boundary on the Earth Surface for Diffusion Pollution," Advances in Geophysics, Vol.6, Academic Press, N.Y., 1959, pp.435~436.

- 60) P.V.Danckwerts, "Continuous Flow Systems," Chemical Engineering Science, Vol.2, No.1, 1953, pp.1~13.
- 61) A.R.van Cauwenberghe, "Further Note on Danckwerts' Boundary Conditions for Flow Reactor," Chemical Engineering Science, Vol.21, No.2, 1966, pp.203~205.
- 62) Hugh M. Hulburt, "Chemical Processes in Continuous Flow-Systems," Industrial and Engineering Chemistry, Vol.36, No.11, 1944, pp.1012~1017.
- 63) 芝 定孝: 矩形水槽中における浮遊物質の挙動に関する研究, 京都大学大学院工学研究科修士論文, 昭和44年3月, pp.41~63.
- 64) 高松武一郎, 内藤正明, 芝 定孝: 矩形沈殿槽における沈殿物の再浮上に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第183号, 1970年11月, pp.43~54.
- 65) 日本水道協会: 厚生省衛生検査指針上水試験方法(1965年版), 日本水道協会, 東京, 昭和45年7月, pp.162~165.
- 66) 山田 進: 流れ系における混合拡散係数に関する考察及び測定, 京都大学工学部卒業論文, 昭和44年3月, pp.15~22.
- 67) S.Goldstein, "Modern Developments of Fluid Dynamics," Oxford at the Clarendon Press, Vol.2, 1950, pp.336~339.
- 68) Sir Geoffrey Taylor, "The Dispersion of Matter in Turbulent Flow through a Pipe," Proceedings of the Royal Society of London, Vol.223, No.1155, May 1954, pp.446~468.
- 69) J.W.Elder, "The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow," Journal of Fluid Mechanics, Vol.5, 1959, pp.544~560.
- 70) Hugo B. Fischer, "A Note on the One-dimensional Dispersion Model," Air and Water Pollution, Vol.10, 1966, pp.443~452.
- 71) 土質工学会編: 土質試験法, 東京, 昭和39年3月, pp.19~26.
- 72) Francis P. Shepard, "Submarine Geology (Second Edition)," Harper & Row, N.Y., 1963, pp.102~109.
- 73) テルツァギ・ベック: 土質力学・基礎編(小野 薫, 星 埜 和, 加藤 渉, 三木五三郎共訳), 丸善, 東京, 昭和30年7月, pp.17~19.
- 74) 土木学会編: 土木工学ハンドブック(上巻), 技報堂, 昭和39年1月, p.137.

第 3 章 沈殿池の最適水深の存在と最適設計

3-1 概 説

沈殿池の設計に際しては、その沈殿除去効率は簡単には理想沈殿池を仮定して、表面負荷率 (surface loading factor) および浮遊粒子の平均沈降速度から決定される。しかし、その場合には、沈殿池の水深は一意的には定まらず任意の値をとり得る。¹⁾したがって何らかの別の条件を与えることによって水深を決定しなければならない。ところで、一般に浮遊粒子の沈降現象が運動流体中で行なわれているときには、流体の運動によって生じる乱れなどに起因する浮遊物質に対する沈降阻害と沈殿物質の沈殿池底面からの再浮上を生ぜしめることが問題となる。沈殿池の設計に際しても、沈殿池の操作が連続的でその内部において流体が運動しているときには当然、浮遊物質の沈降に対しては、このような沈殿物の再浮上あるいは偏流や乱れなどによる沈降阻害を考慮しなければならない。乱れによって生じる浮遊粒子の混合現象は粒子の乱流拡散という概念によって取扱うことが可能であり、その場合には拡散方程式によって記述されるが、再浮上現象の取扱いは、いまだ確固たる方法はない。そこで、沈殿池における浮遊物質の除去効率に沈殿物質の再浮上の影響を含める方法として、すでに 2-3 において沈殿池内の濃度分布を支配する方程式として拡散方程式を用い、その境界値問題として取扱った。しかし、そのモデルに対する解析解は定常状態の 2 次元拡散の場合ですら非常に複雑なものである。今日では、電算機の普及により、その数値計算はさほど困難ではないが、そのプログラムの作製は相当面倒である。沈殿池に対するこのような拡散方程式による問題の取扱いを設計段階に応用しようような実用的なものとするためには、沈殿池の水深方向に関する平均濃度を用いることにより、2 次元拡散の問題を 1 次元拡散の問題に簡単化することが考えられる。問題を 1 次元化した場合には、2 次元モデルで用いられた沈殿池の水面および底面における 2 つの境界条件は基礎式となる拡散方程式の中の生成消滅項として入ってくる。このようにして得られた 1 次元拡散方程式は定常状態の場合には容易に解け、その解の取扱いも容易で 2 次元式の場合に比してはるかに実用的である。本章では、このように 1 次元化して得られた沈殿物の再浮上を考慮した沈殿除去効率式の誘導過程を明かにし、さらに、この除去効率式を用いて、沈殿物質再浮上が除去効率に与える影響について、数値実験および模型水槽実験により解析する。また沈殿池設計における水深決定の問題とくに、最適水深に対する 1 次元モデルの応用について検討を行なう。

沈殿池に最適水深の存在するであろうことは従来の定性的な沈殿池研究においても推察され得ることであるが、本章において論じる最適水深は従来の研究から推察され得るものと、やや異った意味を有することに注目すべきである。その違いについて以下に少しばかり考察してみよう。Hazen や Fair 等の沈殿池モデルから得られる従来の沈殿除去効率の算定においては、表面負荷率を与えれば計算され、水深は関係してこないのが、如何なる値でもよかったわけである。それ故、沈殿池をコンパクトにするという意味からは、水深はできるかぎり浅い方が良いと言えるが、一方、實在沈殿池ではその底面において沈殿物の再浮上が存在するためにむやみに浅くできず、沈殿物の再浮上が生じない限界の最浅水深 H_c が存在すること

になる。したがって、この場合は沈殿池貯水容積と除去効率との2つの因子をその評価に用いた上で求め最浅水深 H_C といえる（正確に言えば、 H_C はスクアーが生じ始める水深の値としているので限界水深というべきもので、貯水容積の考慮は沈殿池が浅いほど、容積が小さくなって得であるという理由を与えるだけのものにすぎない）、ところで本論文における沈殿池モデルを用いた場合には本章以下で述べるごとく、除去効率のみを評価することによって最適水深 H_{opt} の存在を論じ得るのである。最浅水深 H_C の概念と最適水深 H_{opt} の概念の違いを Fig. 3-1(a) および Fig. 3-1(b) に示す。最浅水深 H_C は、これ以上は

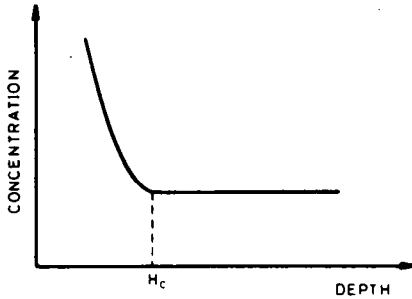


Fig. 3-1(a). Critical Depth

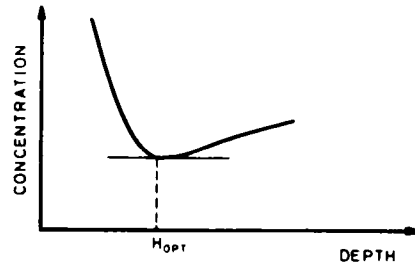


Fig. 3-1(b). Optimum Depth

浅くすると除去効率は悪化するが、深くしても除去効率は悪化しないから、深くてもかまわないという意味の水深である。これに対して本章で述べる最適水深 H_{opt} はこの水深より浅くても、深くても除去効率は低下するので困るという意味の水深である（ただし、深い側はさほど悪化しない）。沈殿池の水深が深すぎても除去効率には良くないということは従来から、例えば Engineer として実在沈殿池に詳しい Camp も論じていることであるが、特定の沈殿池あるいは実験水槽などを用いて、その水深を種々変えて、除去効率の変化の様子を調べるような実験が行なわれたという報告はいまだ無いようである。本章では、沈殿池の最適水深を本論文の1次元沈殿池モデルを用いて一意的に求め得ることを理論的に示し、また実験的にもその最適水深の存在することを確認する。

3-2 定常1次元モデルと最適水深²⁾

本モデルの基礎となる2次元定常拡散方程式およびその境界条件は2-3で与えたように

$$E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} + w_p \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (3-1)$$

$$\left. \begin{array}{ll} x=0 & \text{で} \quad C=C_0 \\ x=L & \text{で} \quad E_x \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \\ z=0 & \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} + k w_p C = 0 \\ z=H & \text{で} \quad E_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_p C = 0 \end{array} \right\} \quad (3-2)$$

である。式(3-1)の2次元定常拡散方程式の1次元化は z 軸(水深)方向について、積分することによって行なう。その積分の結果、 z 軸方向の境界条件((3-2)の第3式および第4式)は基礎方程式(3-1)の中に含まれることになり、境界条件は自然に満足され、同時に式(3-1)の次元は1つ下る。この場合、沈殿池内の浮遊物質の濃度として、次のような x 軸に垂直な断面を運ばれる平均的な物質量、すなわち断面平均濃度を用いる。したがって断面平均濃度として

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{H} \int_0^H C(x, z) dz \quad (3-3)$$

を定義する。式(3-1)を z について水底 $z=0$ から水面 $z=H$ まで積分すれば、

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d\bar{C}}{dx} + \frac{E_x}{H} \left[\frac{\partial C}{\partial z} \right]_0^H + \frac{w_p}{H} [C]_0^H = 0 \quad (3-4)$$

となる。この式に(3-2)の $z=0$ 、 $z=H$ における境界条件を代入すると、

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d\bar{C}}{dx} - \frac{w_p}{H} (1-k) C_{z=0} = 0 \quad (3-5)$$

のように生成および消滅項が新たに加わった1次元拡散方程式に変形される。

式(3-5)における底面濃度 $C_{z=0}$ は未定であるが、鉛直方向の混合に関連して $C_{z=0}$ については次のように考える。底面濃度 $C_{z=0}$ は沈殿池の鉛直断面内の濃度がほぼ均一であると見なせば(鉛直方向について、いわゆる完全混合を仮定する)、 $C_{z=0} \cong \bar{C}(x)$ が成立し、また理想沈殿池に近いと見なせば(鉛直方向について、いわゆる押し出し流れを仮定する)、 $C_{z=0} \cong C_0$ である(ただし、 C_0 は沈殿池入口における断面平均濃度)。そこで、

$$\frac{C_{z=0}}{C_0} = \left\{ \frac{\bar{C}(x)}{C_0} \right\}^{A_3} \quad (3-6)$$

とおく。ここに、指数 A_3 は $0 \leq A_3 \leq 1$ なるパラメータである。いま

$$K = (1-k) \frac{w_p}{H} \quad (3-7)$$

とおき、式(3-5)の生成消滅項を P とすれば

$$P = -K C_0 \left\{ \frac{\bar{C}(x)}{C_0} \right\}^{A_3} \quad (3-8)$$

である。したがって P を反応速度論における反応速度項(Rate term)に相当するものと考えれば、 K は $A_3 = 1$ のときは1次($P = -K \bar{C}(x)$)の、 $A_3 = 0$ のときは0次($P = -K C_0$)の反応の反応速度係数

に相当する。また k と K との対応を考えると、

$$\begin{aligned} k > 1 \text{ では } K < 0 & \quad \text{反応あり (} P > 0 \text{ : 生成反応すなわち洗掘傾向)} \\ k = 1 \text{ では } K = 0 & \quad \text{反応なし (} P = 0 \text{ : 平衡状態)} \\ 1 > k > 0 \text{ では } \frac{w_p}{H} > K > 0 & \quad \text{反応あり (} P < 0 \text{ : 分解反応すなわち沈殿傾向)} \\ k = 0 \text{ では } K = \frac{w_p}{H} & \quad \text{反応あり (} P < 0 \text{ : 分解反応すなわち沈殿のみ)} \end{aligned}$$

となっている。

式 (3-6) のパラメータ A_3 については、本論文では池内の濃度として式 (3-3) で定義される断面平均濃度 $\bar{C}(x)$ を用いて 1 次元拡散方程式としているから、 $A_3 = 1$ と仮定すれば十分である。したがって $C_{z=0} \cong \bar{C}(x)$ とする。また、高松および内藤が行なった実験結果³⁾によれば、パラメータ A_3 はほぼ 1 に近いことが確かめられている。再浮上パラメータ k の関数形としては、直感的考察ならびに実験データの視察によれば 2-5 で述べたように、

$$k = A_1 \exp(-A_2/E_x) \quad (3-9)$$

なる形が予想される。定数 A_1 , A_2 は個々の沈殿池により異なるであろうが 2-5 で述べた模型水槽実験では、2 次元モデルに対しては $A_1 = 1.17$, $A_2 = 8.05$ が、同様に 1 次元モデルに対しては $A_1 = 1.56$, $A_2 = 25.5$ が、フルード数で $F < 0.045$ の範囲に対して求められた。式 (3-9) は流れ方向の拡散係数 E_x (混合度) の増大とともに再浮上パラメータ k も増大し、底面からの沈殿物の再浮上が増加するが、混合のないときは、 $E_x = 0$ で、 $k = 0$ となり沈殿物の再浮上は存在しないことを示す。

以上の考察により、1 次元モデルでは矩形沈殿池内の濃度を支配する基礎方程式として、

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d \bar{C}}{dx} - \frac{w_p}{H} (1 - A_1 e^{-A_2/E_x}) \bar{C} = 0 \quad (3-10)$$

の得られることが明かとなった。この方程式の第 1 項は乱れによる混合に、第 2 項は流れによる移送に、第 3 項は再浮上および沈殿による沈殿物質の生成消滅に対応している。また境界条件は (3-2) に対して x 方向の積分を行なうことにより、

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \quad & \text{で} \quad \bar{C} = C_0 \\ x = L \quad & \text{で} \quad E_x \frac{d \bar{C}}{dx} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

となる。このとき式 (3-10) の解 $\bar{C}(x)$ は次式で与えられる。

$$\frac{\bar{C}(x)}{C_0} = \frac{\theta_1 \exp\{-\theta_2(1-d)\} - \theta_2 \exp\{-\theta_1(1-d)\}}{\theta_1 \exp(-\theta_2) - \theta_2 \exp(-\theta_1)} \quad (3-12)$$

ここに、 θ_1 , θ_2 , d は次式で与えられる無次元数である。

$$\left. \begin{aligned}
 d &= \frac{x}{L} \\
 \theta_1 &= \frac{1}{2} r \left\{ 1 + \sqrt{1 + 4(1-k) \frac{pq}{r}} \right\} \\
 \theta_2 &= \frac{1}{2} r \left\{ 1 - \sqrt{1 + 4(1-k) \frac{pq}{r}} \right\} \\
 r &= \frac{uL}{E_x}, \quad p = \frac{w_p}{u}, \quad q = \frac{L}{H}
 \end{aligned} \right\} \quad (3-13)$$

出口における濃度を C_{OUT} とすれば、 C_{OUT} は式 (3-12) において $d = 1$ とおけば求められる。また沈殿除去効率 η は

$$\eta = 1 - \frac{C_{\text{OUT}}}{C_0} \quad (3-14)$$

であるから、式 (3-12) より

$$\eta = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1 \exp(-\theta_2) - \theta_2 \exp(-\theta_1)} \quad (3-15)$$

となる。

なお、式 (3-10) において乱れによる混合および沈殿物の再浮上を無視すると基礎方程式は

$$-u \frac{d\bar{C}}{dx} - \frac{w_p}{H} \bar{C} = 0 \quad (3-16)$$

となり、境界条件は

$$x=0 \quad \text{で} \quad \bar{C} = C_0 \quad (3-17)$$

となるから、流量 $Q = BH u$ 、水面積 $A = BL$ を用いて、この場合の残留率を求めると

$$\frac{\bar{C}}{C_0} = e^{-\frac{w_p}{Q/A}} \quad (3-18)$$

となる。したがって除去効率 η は

$$\eta = 1 - e^{-\frac{w_p}{Q/A}} \quad (3-19)$$

となる。 $\frac{w_p}{Q/A}$ は理想沈殿池の除去効率に相当するが、 η と $\frac{w_p}{Q/A}$ との関係は Fig. 3-2. のようになる。この結果は Hazen および Fair が連続流式沈殿池に対して流れ方向の混合がない場合に求めた結果と一致する

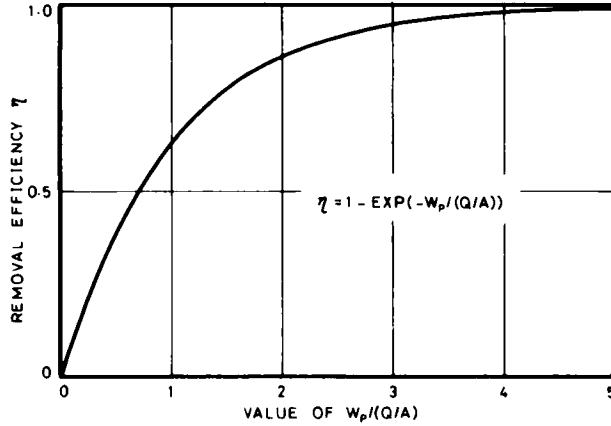


Fig. 3-2. Relations between Removal Efficiency η and Value of $w_p/(Q/A)$

(第1章を参照)。

また、式(3-10)において、沈殿池内に流れがないものとして $u = 0$ とおくと、基礎方程式は

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - \frac{w_p}{H} (1-k) \bar{C} = 0 \quad (3-20)$$

となる。このときの解は

$$\bar{C} = \frac{C_0}{\cosh \lambda x} \quad (3-21)$$

である。ただし λ は粒子沈降速度 w_p 、水深 H 、再浮上パラメータ k および乱流拡散係数 E_x によって

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{E_x} \frac{w_p}{H} (1-k)} \quad (3-22)$$

で与えられる。除去効率 η は $x = L$ として

$$\eta = 1 - \frac{1}{\cosh \lambda L} \quad (3-23)$$

となる。したがって式(3-23)より

$$\begin{aligned} E_x = \infty, \quad H = \infty, \quad w_p = 0, \quad k = 1 \quad \text{のいずれかのとき} \quad \lambda L = 0 \text{ となり} \quad \eta = 0 \\ E_x = 0, \quad H = 0, \quad w_p = \infty, \quad k = -\infty \text{のいずれかのとき} \quad \lambda L = \infty \text{ となり} \quad \eta = 1 \end{aligned}$$

である。 η と λL との関係をFig. 3-3.に示す。水深 H が小さい場合、あるいは乱れによる混合 E_x が小さい場合、あるいは粒子沈降速度 w_p が大きい場合等に除去効率は良くなることがわかる。したがって除去

効率は式(3-16)のように乱れによる混合を考慮しない場合には水深に影響されないが、式(3-20)のように乱れによる混合を考慮した場合は、池内に流れがなくとも、水深に影響され、しかも同一混合強度に対しては浅いほど除去効率は良いことが示される(ただし、再浮上は増加しないものとして)。

本モデルで最も一般的な場合、すなわち式(3-15)で与えられる除去効率 η に対する数値計算の結果は次のようになる。除去効率 η と再浮上パラメータ k との関係はFig. 3-4.に、また η と pq (式

(3-13)を参照)との関係はFig. 3-5. および Table 3-1. に示すとおりである。再浮上パラメータ k を変化させた場合は、たとえばFig. 3-4.に見られるごとく、再浮上パラメータ k の増加とともに除去効率 η

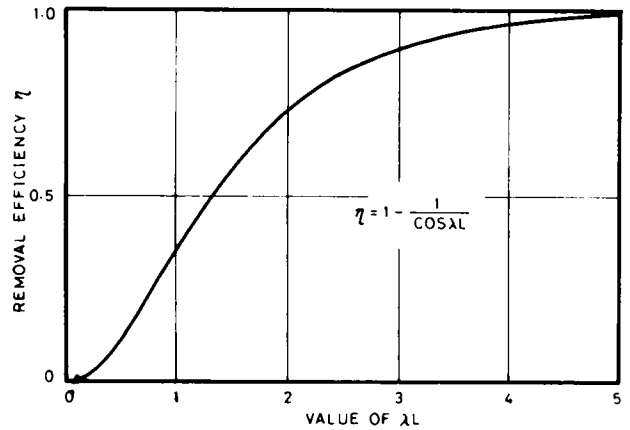


Fig. 3-3. Relations between Removal Efficiency η and Value of λL

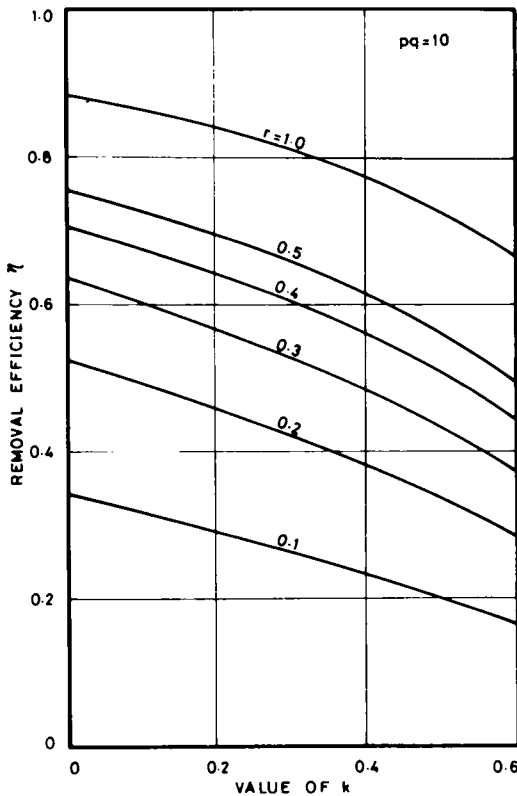


Fig. 3-4. Relations between Removal Efficiency η and Value of k

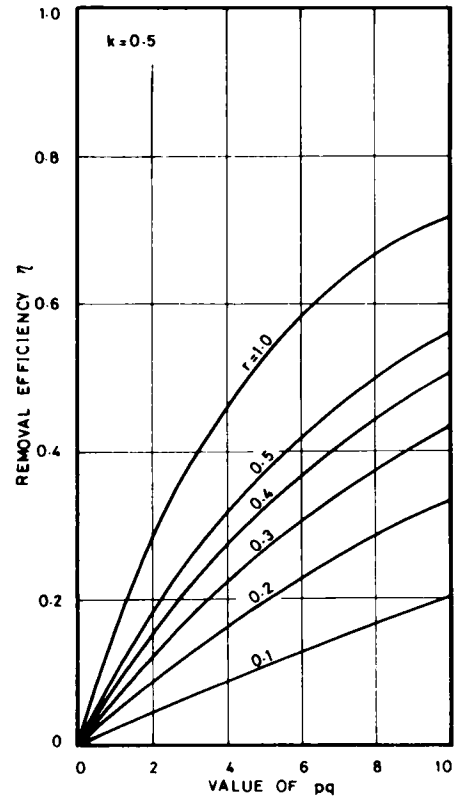


Fig. 3-5. Relations between Removal Efficiency η and Value of pq

Table 3-1. Variations of Percentage Removal with Dimensionless Numbers (r and pq).

(A) $k = 0.0$

$\begin{matrix} pq \\ r \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	4.65	8.96	12.95	16.67	20.13	23.37	26.40	29.24	31.92	34.43
0.2	0.0	8.69	16.22	22.79	28.57	33.69	38.26	42.35	46.04	49.37	52.41
0.3	0.0	12.24	22.22	30.51	37.49	43.43	48.55	53.00	56.88	60.31	63.35
0.4	0.0	15.37	27.27	36.74	44.42	50.77	56.08	60.58	64.44	67.76	70.66
0.5	0.0	18.15	31.58	41.87	49.97	56.48	61.82	66.25	69.97	73.14	75.85
0.6	0.0	20.64	35.30	46.16	54.50	61.06	66.33	70.63	74.19	77.18	79.71
0.9	0.0	26.75	43.91	55.69	64.19	70.55	75.43	79.27	82.34	84.83	86.87
2.0	0.0	39.53	60.02	72.07	79.72	84.86	88.44	91.02	92.92	94.34	95.44

(B) $k = 0.2$

$\begin{matrix} pq \\ r \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	3.75	7.27	10.59	13.71	16.67	19.46	22.10	24.61	26.98	29.24
0.2	0.0	7.06	13.33	18.95	24.00	28.57	32.71	36.49	39.95	43.12	46.04
0.3	0.0	9.99	18.46	25.72	32.00	37.49	42.32	46.59	50.40	53.81	56.88
0.4	0.0	12.61	22.85	31.31	38.40	44.42	49.59	54.06	57.97	61.40	64.44
0.5	0.0	14.97	26.66	36.01	43.64	49.97	55.29	59.81	63.69	67.04	69.97
0.6	0.0	17.09	29.98	40.01	48.00	54.50	59.86	64.35	68.15	71.39	74.19
0.9	0.0	22.37	37.86	49.12	57.61	64.19	69.41	73.63	77.08	79.94	82.34
2.0	0.0	33.71	53.20	65.55	73.87	79.72	83.98	87.15	89.57	91.44	92.92

(C) $k = 0.4$

$\begin{matrix} pq \\ r \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	2.83	5.54	8.12	10.59	12.95	15.21	17.38	19.46	21.45	23.37
0.2	0.0	5.37	10.28	14.79	18.95	22.79	26.34	29.64	32.71	35.58	38.26
0.3	0.0	7.65	14.39	20.38	25.72	30.51	34.84	38.75	42.32	45.57	48.55
0.4	0.0	9.71	17.99	25.11	31.31	36.74	41.53	45.79	49.59	53.00	56.08
0.5	0.0	11.58	21.15	29.18	36.01	41.87	46.95	51.38	55.29	58.74	61.82
0.6	0.0	13.28	23.96	32.72	40.01	46.16	51.41	55.94	59.86	63.30	66.33
0.9	0.0	17.57	30.77	41.00	49.12	55.69	61.10	65.61	69.41	72.65	75.43
2.0	0.0	27.05	44.65	56.80	65.55	72.07	77.04	80.91	83.98	86.44	88.44

(D) $k = 0.6$

$\begin{matrix} pq \\ r \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	0.0	1.90	3.75	5.54	7.23	8.96	10.59	12.17	13.71	15.21	16.67
0.2	0.0	3.63	7.06	10.28	13.33	16.22	18.95	21.54	24.00	26.34	28.57
0.3	0.0	5.21	9.99	14.39	18.46	22.22	25.72	28.97	32.00	34.84	37.49
0.4	0.0	6.65	12.61	17.99	22.85	27.27	31.31	35.01	38.40	41.53	44.42
0.5	0.0	7.97	14.97	21.15	26.66	31.58	36.01	40.01	43.64	46.95	49.97
0.6	0.0	9.18	17.09	23.96	29.98	35.30	40.01	44.22	48.00	51.41	54.50
0.9	0.0	12.29	22.37	30.77	37.86	43.91	49.12	53.65	57.61	61.10	64.19
2.0	0.0	19.38	33.71	44.65	53.20	60.02	65.55	70.10	73.87	77.04	79.72

が低下しているが、これは沈殿物の再浮上が乱れの増加とともに次第に増加していくことを示しているのに他ならない。再浮上パラメータ k を固定して pq を変化させた Fig. 3-5. および Table 3-1. では pq の増加とともに除去効率 η は増加している。 p の増加は粒子沈降速度 w_p の増大あるいは池内平均流速 u の減少を意味し、また q の増加は沈長 L の増加あるいは水深 H の減少を意味するから、Fig. 3-5. および Table 3-1. の結果は通常の沈殿池で観察される現象と一致するものである。ただし、乱流拡散係数 E_x には 2—5 の実験で得た関係 $E_x = 3.59 \exp(58.5F)$ を用いている。

3—3 沈殿池の最適水深決定への応用²⁾

沈殿池の設計において 3—2 で得られた結果を水深決定の問題に応用することを考えてみよう。矩形沈殿池を 1 次元的に取扱った場合の濃度分布式は式(3—12)で与えられる。この式より沈殿物の再浮上を考慮した沈殿池の除去効率式

$$\eta = 1 - \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1 \exp(-\theta_2) - \theta_2 \exp(-\theta_1)} \quad (3-24)$$

が得られる。この除去効率式を用いて、沈殿池の最適水深を求める方法を考える。(3—13)の各式中に含まれる E_x , u , w_p , H , L などのうち、流速 u , 拡散係数 E_x , 再浮上パラメータ k は沈内の流れの状態によって支配されるものである。 k については 2—5 で検討したように

$$k = A_1 \exp(-A_2/E_x) \quad (3-25)$$

なる E_x の関数であり、また E_x については

$$E_x = B_1 \exp(B_2 F) \quad (3-26)$$

のようなフルード数 F の関数として与えられる。 F は u および H の関数であるから、結局、拡散係数 E_x および再浮上パラメータ k は池内平均流速 u あるいは水深 H によって支配されることになる。したがって沈殿池については池内平均流速 u あるいは水深が重要な設計変数となることが予想される。いま、矩形沈殿池の設計に際してその必要な大きさを決定することを考える。処理流量 Q が与えられ、また沈殿物質の性状により粒子沈降速度 w_p が与えられているものとする。ここで、必要な除去効率 η を決めれば、沈殿池の水面積 A は簡単には第 1 章で述べたような理想沈殿池の仮定をすると

$$A = \frac{\eta Q}{w_p} \quad (3-27)$$

によって決定することができる。しかし、このような理想沈殿池理論だけでは、沈殿池の水深 H を一意的に決定することはできず、別に条件を与えねばならない。したがって通常はもう 1 つの条件として適当な滞留時間あるいは池内平均流速を与えることなどによって水深は決定される。そこで、本節では沈殿池の合理的な設計法として、浮遊物質の混合および沈殿物質の再浮上を考慮した場合に、沈殿池の最適な水

深をいかにして決定すべきかを検討する。

まず、①理想沈殿池、②乱れによる混合のみを考慮した沈殿池、③混合と沈殿物の再浮上とを考慮した沈殿池、の各場合について、除去効率 η と水深 H との相対的な関係を示し比較してみると Fig. 3-6. のようになり、明かに①、②、③の場合の順に除去効率は悪くなっていく（ただし、流量 $Q = 100 \text{ cc/sec}$ 、池長 $L = 80 \text{ cm}$ 、池幅 $B = 20 \text{ cm}$ 、粒子沈降速度 $w_p = 0.026 \text{ cm/sec}$ とした場合である）。Fig. 3-6. の直線-1 は表面負荷率と粒子沈降速度より、式(3-27)を用いて求めた除去効率 η と水深 H との関係である。また曲線-2 は沈殿物の再浮上を考慮しないで、混合のみを考慮したもの、すなわち除去効率式(3-24)において $k = 0$ として求めたものであり、曲線-3 は混合のほかに沈殿物の再浮上を考慮したもの、すなわち式(3-24)に再浮上パラメータ k と拡散係数 E_x の関係式(3-25)および拡散係数 E_x とフルード数 F との関係式(3-26)を入れて求めたものである。混合も再浮上もない場合（理想沈殿池：直線-1）には除去効率 η は水深 H の変化に対して不変で常に一定値をとることは明かである。しかし、混合あるいは沈殿物の再浮上を考慮すると（曲線-2、曲線-3）、ある水深までは、水深を小さくすればするほど除去効率は良くなるが、その水深を過れば、逆に水深の減少とともに除去効率は急激に低下する。ただし、除去効率の低下の様子は、沈殿物の再浮上を加味した場合の方が早く、しかも、その除去効率は混合のみを考慮した場合よりも全般に低い。このようにある水深から急激に除去効率が低下する現象は次のように説明し得る。水深以外の因子を固定して考えると2-4 あるいは3-2 で考察したように水深が浅

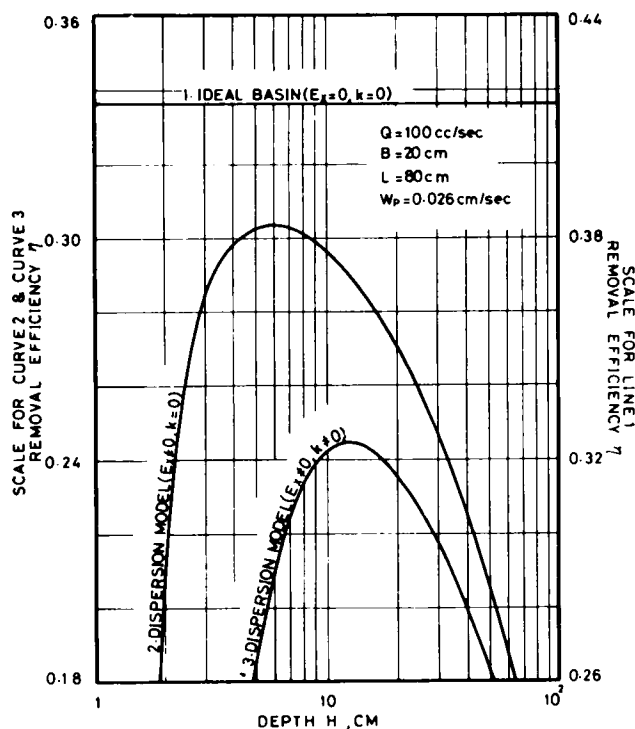


Fig. 3-6. Variations of Removal Efficiency η with Type of Models (1, 2, 3)

くなれば、除去効率は良くなるが、一方、水深が浅くなれば池内平均流速が増加し、したがって乱れによる混合が大となるほかに、水塊の沈殿物に対する衝突力が増加することなどにより沈殿物の再浮上が強められるなどの除去効率の低下をまねく要因が次第に卓越してくる。このようなわけで、Fig. 3-6.の結果は現象論的に考えても、当然、予想され得ることである。また、水深の減少が除去効率の上昇を強めるという要因が卓越する領域、すなわち最適水深（最大の除去効率を与える水深）までは、従来から横流式沈殿池においては水深が浅くなれば除去効率が增加すると定性的にいわれてきた事実と一致している。^{4), 5)}

現在、実際の沈殿池においても、あるいは実験的にも沈殿池の再浮上の影響は定量的に把握されていないために、実際に運用されている沈殿池における水深と除去効率との関係がFig. 3-6.の曲線-3のどのあたりに位置しているかは、明かではないが、高度の設計あるいは操作においては、この点を把握する必要があるものと思われる。Fig. 3-7.は幅 B 、容積 V を一定として処理流量 Q をパラメータにして除去効率 η と水深 H との関係を求めたもので、Fig. 3-8.は処理流量 Q 、容積 V を一定として、幅 B をパラメータにして、除去効率 η と水深 H との関係を求めたものである。これらFig. 3-7., Fig. 3-8.に見られるごとく処理流量 Q が小さくなるほど、また沈殿池の幅 B が大きくなるほど、この除去効率が最大となる水深は小さくなるから、水深のとり方によっては水深 H が小さくなるほど除去効率 η が大となる範囲しか目にとまらなかもしれない。このことは、例えば、水深が浅いほど除去効率が良いといわれることにもうかがえる。この点から考えれば、従来の沈殿池で再浮上の影響が無視できないような範囲で運用されている沈殿池が無いとはいいきれない。理論計算によって、この最適水深を推定するには除去効率式（3-24）を用いればよい。式（3-24）を用いる場合には、少なくとも池内の乱流拡散係数 E_x と平均流速 u との関係、お

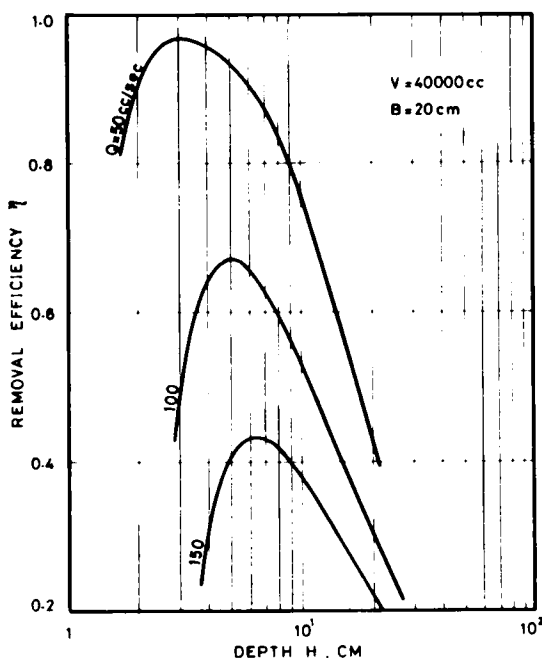


Fig. 3-7. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (V, B ; constant)

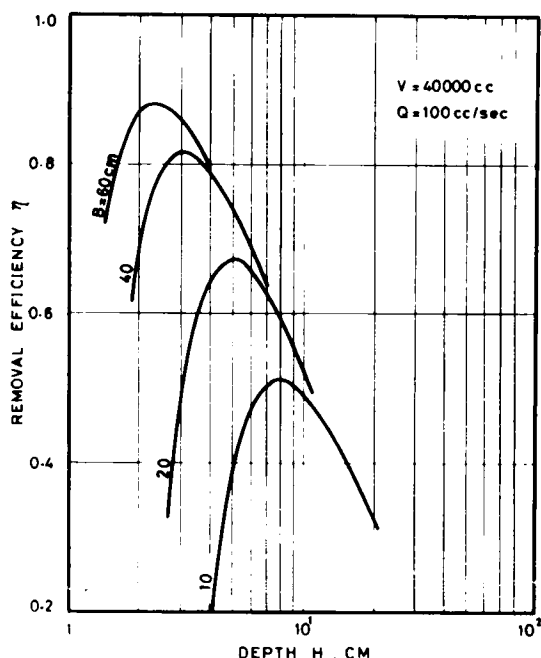


Fig. 3-8. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (V, Q ; constant)

よび再浮上パラメータ k と E_x (ないしは u) との関係が求まっていなければならない。乱流拡散係数 E_x はトレーサ応答などの手法によって測定することが可能であり (付録 A—I を参照), 再浮上パラメータ k は沈殿物質の再浮上がないと仮定した場合, すなわち $k=0$ として求めた除去効率と実際の除去効率との差から求めることができる。こうして $E_x \sim u$ (あるいは F) および $k \sim E_x$ (あるいは u) の関係が求まれば (例えば Fig. 2-16., Fig. 2-18. のような関係),⁶⁾ 除去効率式 (3-24) に処理流量 Q , 沈殿池の長さ L , 幅 B , 粒子沈降速度 w_p 等の値を代入して沈殿池の除去効率 η と水深 H との関係が与えられる。例えば, Fig. 3-9. は沈殿池幅 B をパラメータに Fig. 3-10. は池長 L をパラメータにして水深 H と除去効率

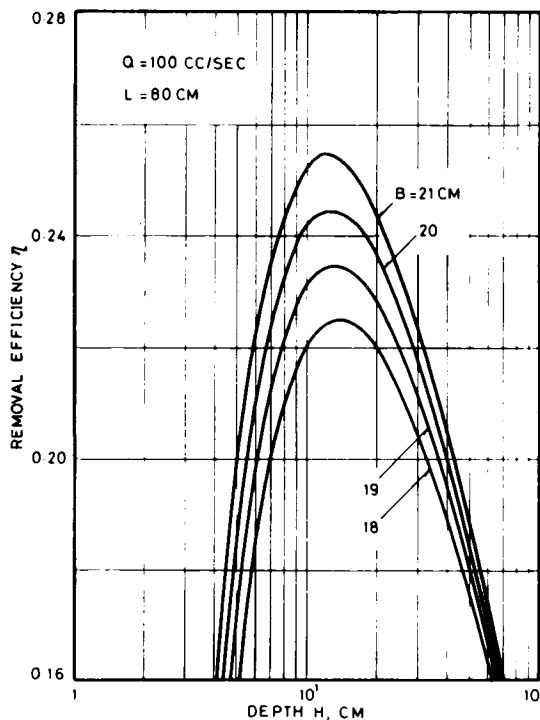


Fig. 3-9. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, L : constant)

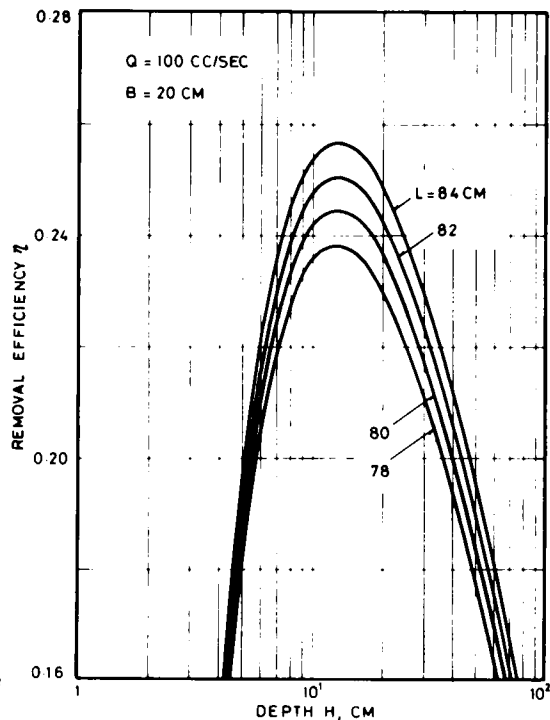


Fig. 3-10. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, B : constant)

η との関係を求めたものである。これらの図はいずれもある水深 (H_{opt} とする) に対して除去効率 η は最大値をとる。この水深 H_{opt} が最適水深となるわけであるが, これら Fig. 3-9., Fig. 3-10. の曲線で H_{opt} より小さい H の範囲, すなわち水深 H の減少とともに除去効率 η が急激に減少する範囲は沈殿物の再浮上の影響を無視しえない範囲であり, H_{opt} より大きい H , すなわち水深 H の増加とともに除去効率が徐々に減少していく部分は沈殿物質の再浮上の影響があまり大きくない範囲とみることができる。したがって, 設計の面から見れば, 水深は H_{opt} が取り難ければ H_{opt} より過大側にした方が過小側よりも安全であると言える。

Fig. 3-9. は池長 L をパラメータとして流量 Q , 池幅 B を一定とした場合の除去効率 η と水深 H との関係

を求めたものであるが、この図から更に、水面積 $A (=BL)$ と水深 H との関係を求め、図示すると Fig. 3-11. のようになる。この図でも最適水深 H_{opt} （最小の水面積を与える水深）を読みとることができる。このときの水面積 A の極小値は所要の除去効率に対する沈殿池の必要最小水面積となる。

3-4 模型沈殿槽による実験的検討⁷⁾

理想沈殿池理論のみでは 3-3 でも述べたように沈殿池の水深を決定することは不可能である。ところが沈殿池内の乱れによる浮遊物質の再浮上を考慮した 1 次元拡散モデルから得られる式 (3-15) で与えられるような除去効率式を用いれば、最適水深を求め得ることを 3-3 で示した。しかし、このような除去効率が最大となる最適水深の存在を定量的には理論的にも、また実験的にも示した例はいまだ無いようである。そこで、最適水深がはたして実験的にも把握し得るのかという点を明かにすることを第 1 の目的に模型沈殿槽による実験を行なった。

実験装置は 2-5 で述べた再浮上パラメータ k を求める際に用いたものと同一の装置であるが、ただ出口の越流堰の高さを種々変化させた点が異なる。越流堰の高さは 2 cm より 1 cm 毎に 8 cm まで 7 種の高さに変えた。水深は水面がせき上げられるために越流堰の高さよりも若干高くなり、また模型沈殿槽は開水路となっているために水面勾配がつき入口と出口とで水深は異なるが、その平均値を代表水深としている。

実験に使用した原水は沈降性炭酸カルシウムの粉末を水道水に浮遊させ、その濃度が約 1000 ppm となるようにしたものを攪拌機つきのヘッド・タンクから供給し、さらに沈殿槽入口で、水道水によって薄め、その濃度がほぼ 100 ~ 300 ppm となるようにしたものである。炭酸カルシウムの濃度測定は EDTA 法による滴定で行なった。その結果の一部を除去効率 η と水深 H との関係で示すと Table 3-2., Fig. 3-12. のようになる。Fig. 3-12. より除去効率 η が最大となる最適水深 H_{opt} の存在が明かに認められる。

模型沈殿槽実験による最適水深は $Q \approx 100 \text{ cc/sec}$, $Q = 150 \text{ cc/sec}$ とに対してそれぞれ $H_{opt} \approx 6 \text{ cm}$, $H_{opt} \approx 7 \text{ cm}$ である。また 3-2 で述べた 1 次元モ

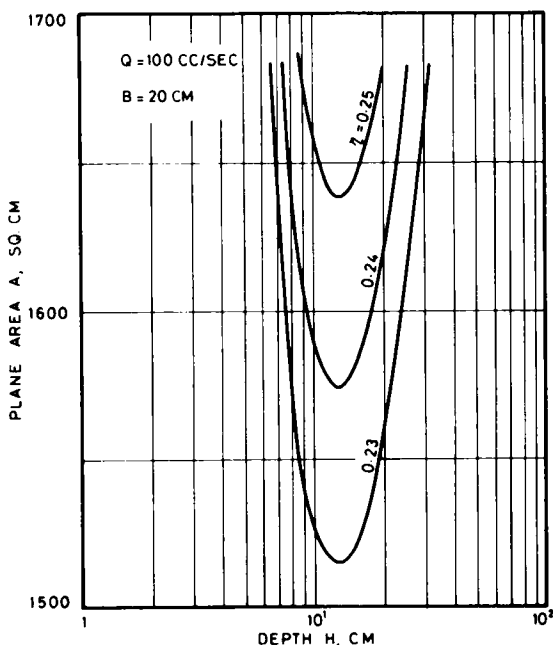


Fig. 3-11. Relations between Plane Area A and Depth H

Table 3-2. Experimental Values of η .

Q (cc/sec)			
100		150	
H (cm)	η (-)	H (cm)	η (-)
2.9	0.146		
3.9	0.203	4.0	0.149
5.9	0.208	5.9	0.169
6.9	0.190	6.9	0.198
7.9	0.187	7.9	0.171
8.9	0.155	8.9	0.088

デルに従って式(3-15)に式(3-9)の関係をを用いて($A_1 = 1.56$, $A_2 = 25.5$)理論的に最適水深を求めるとTable 3-3.のようになる。これより最適水深は $Q = 100 \text{ cc/sec}$, $Q = 150 \text{ cc/sec}$ に対してそれぞれ $H_{\text{opt}} \approx 8 \text{ cm}$, $H_{\text{opt}} \approx 11 \text{ cm}$ となり、実験値と比較的良好一致している。また、流量が大きいほど H_{opt} が大きくなり、除去効率は下るという傾向もこの実験で確かめられている。理論値と実験値とは完全には一致していないが、このズレの原因としては次のようなものが考えられる。

1) 模型沈殿槽では流入端および流出端の影響が入り、有効な沈殿部分は理論値よりも小さくなる。

2) 実験では流入端において炭酸カルシウムの粒子が必ずしも理論のように水面から水底まで均一に分布していない。

3) 実験では理論のような完全な定常状態は得にくく、実際には流入条件は時間的に変動する。

4) 水の乱流拡散係数と浮遊粒子の拡散係数とは必ずしも一致しない。

5) 炭酸カルシウムの粒径は比較的均一ではあるが、粒度分布を有している。

6) 炭酸カルシウムは再浮上パラメータ k の評価の際に用いたものと最適水深で用いたものと、異なった時期の製品を使用したもので、粒度分布あるいは平均沈降速度 w_p が相異しているかもしれない。

7) 1次元モデルを用いて最適水深を予測したが現実の実験水槽での測定は2次元的なものとならざるを得ない。

上述のような要因を考慮すれば、理論値と実験値とはかなりよく一致していると言えよう。

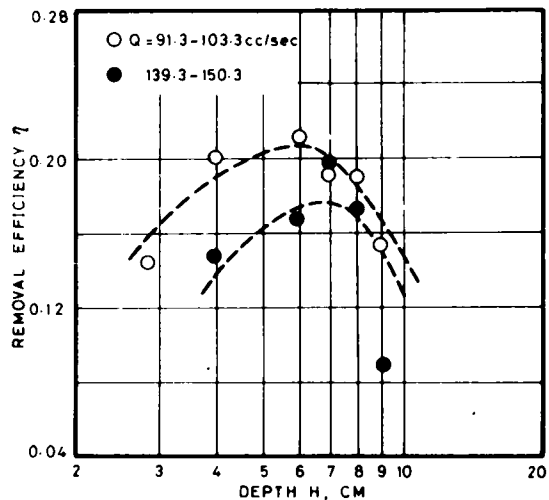


Fig. 3-12. Relations between Removal Efficiency η and Depth H

Table 3-3. Calculated Values of η
(with Eq. (3-24)).

Q (cc/sec)			
100		150	
H (cm)	η (-)	H (cm)	η (-)
3.0	0.1480	3.0	0.0063
4.0	0.2315	4.0	0.1091
5.0	0.2569	5.0	0.1578
6.0	0.2653	6.0	0.1775
7.0	0.2682	7.0	0.1858
8.0	0.2690	8.0	0.1896
9.0	0.2687	9.0	0.1913
10.0	0.2679	10.0	0.1921
11.0	0.2668	11.0	0.1924
12.0	0.2655	12.0	0.1923
13.0	0.2640	13.0	0.1921
14.0	0.2624	14.0	0.1917
15.0	0.2607	15.0	0.1912
16.0	0.2589	16.0	0.1906
17.0	0.2571	17.0	0.1900

3-5 要 約

本章では定常1次元拡散モデルを用いて最適水深について、理論的および実験的な検討を加えたが、その結果は次のように要約される。

1) 定常状態においても2次元拡散方程式の解はなお非常に複雑であるが、鉛直断面内における平均濃度を用いて

$$E_x \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - u \frac{d\bar{C}}{dx} - \frac{w_p}{H} (1 - A_1 e^{-A_2/E_x}) \bar{C} = 0$$

のような1次元拡散方程式に変形すれば、沈殿物質の再浮上と浮遊物質の沈降は生成消滅項として取扱え、沈殿池の除去効率式は容易に求まる。また計算も2次元よりもはるかに楽である。

2) 1次元拡散方程式における沈降および再浮上の項(生成消滅項)

$$P = -KC_0 \left\{ \frac{\bar{C}(x)}{C_0} \right\}^{A_3}$$

は反応速度論的にみれば0次反応から1次反応までの段階($0 \leq A_3 \leq 1$)が考えられるが、モデルの誘導過程および実験的考察によれば $A_3 = 1$ すなわち1次反応と見なすのが妥当である。

3) 再浮上パラメータ k を導入した1次元定常拡散方程式により得られる除去効率式を用いた数値実験の結果、最適水深の存在することが明かとなった。この除去効率式を用いて、除去効率 η と水深 H との関係を求めておけば、処理流量 Q と必要な除去効率 η とを与えて沈殿池の最適水深 H_{opt} および水面積 A を求めることができる。

4) 除去効率と水深との関係図に見られるごとく、 H_{opt} よりも大きい水深では除去効率の低下は比較的小さいが、 H_{opt} よりも小さい水深では除去効率は急激に減少するから、水深を H_{opt} よりも過小にするのは設計上より危険側である。

5) 模型沈殿槽の実験によっても最適水深の存在することが確認されたが、その値は1次元モデルによって予想された値とかなり良く一致した。したがって、除去効率式中のパラメータの評価をうまく行なえば本モデルから沈殿池の最適水深を理論的に推定することが可能であると思われる。

参 考 文 献

- 1) 土木学会編：水理公式集(昭和38年増補改訂版)，東京，昭和39年6月，p.366.
- 2) 高松武一郎，内藤正明，芝 定孝：矩形沈殿池の最適水深に関する一考察，土木学会論文報告集，第191号，1971年7月，pp.67~75.
- 3) 高松武一郎，内藤正明：矩形沈殿池におよぼす均一流体混合の影響，土木学会論文集，第139号，昭和42年3月，pp.19~23.

- 4) Thomas R.Camp, "Studies of Sedimentation Basin Design," Sewage and Industrial Wastes, Vol.25, No.1, 1953, pp.1~12.
- 5) Ernest W.Steel, "Water Supply and Sewerage," McGraw-Hill, N.Y., 1960, p.243.
- 6) 高松武一郎, 内藤正明, 芝 定孝: 矩形沈殿槽における沈殿物の再浮上に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第 183 号, 1970 年 11 月, pp.43~54.
- 7) 上田育世: 矩形沈殿池の最適水深に関する実験的考察, 京都大学工学部卒業論文, 昭和 46 年 3 月, pp.5~11.

第 4 章 沈殿池の非定常特性の解析

4-1 概 説

沈殿池への流入水の水質や流量が時間的に変動している場合に、沈殿池の設計とその操作とを行なうには、沈殿池内の浮遊物質の濃度の空間的な変化のほかに、その時間的な変化を考慮した非定常のいわゆる動的な沈殿池特性について解析し、それを十分把握しておく必要があるものと思われる。従来の Hazen や Fair などの単純すぎる定常モデルや、あるいは逆に合田などの厳密な定常モデルはあっても非定常状態を取り扱うのに手頃なモデルがなく、連続流式の沈殿池における非定常特性（過渡特性）についての研究は今までのところ殆ど見当たらないようである。そこで、本章では非定常でなおかつ取り扱いが比較的容易で実用的意味を失わない程度の 1 次元非定常拡散モデルによって過渡特性およびその伝達関数による周波数応答の解析を行なった。本モデルでもやはり沈殿物の底面からの再浮上を加味している。実際にこのようなモデルによって浮遊物質の沈殿池内の濃度分布や、流出水中の濃度などの非定常特性を解析すると、沈殿池内の流動特性の時間的な変動に起因する乱流混合の状態や沈殿物の再浮上の状態などの変化が沈殿池流出水の水質特性にかなり関与していることがわかる。したがって、沈殿池の設計あるいは操作には流入水条件の時間的な変動を考慮すべきものと思われる。このような観点から本章では沈殿物の再浮上と沈殿池の非定常特性について理論的および数値実験による検討を行う。

4-2 ・ 1 次元非定常分布系モデルとステップ応答¹⁾

4-2-1 ステップ応答

連続運転中の沈殿池への流入原水の水質があたかも不連続的に急激に変化することはしばしばあり、これはいわゆる shock load として水処理においては非常に重要な問題の 1 つとなっている。このような shock load による沈殿池流出水の水質の変化はステップ応答によって取り扱うことが可能である。

沈殿池のステップ応答に用いる基礎方程式と初期条件および境界条件は 2-2 で述べた 2 次元モデルにおける式 (2-33), (2-34), (2-35) を 3-2 で定義した鉛直断面における平均濃度 (式 (3-3)) で、次のように 1 次元化したものである。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{w_p}{H} (1-k) C \quad (4-1)$$

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \quad \text{で} \quad C=C_I \\ x=0 \quad \text{で} \quad C=C_B \\ x=L \quad \text{で} \quad E_x \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \end{array} \right\} \quad (4-2)$$

式(4-1)の偏微分方程式を(4-2)の条件のもとに解けば、沈殿池への流入原水中の浮遊物質の濃度がステップ関数的に変化した場合の沈殿池内の濃度分布およびその流出水濃度の時間的な変化を知ることができる。

まず、ラプラス変換によって式(4-1)を解き濃度分布の予測式を導く。基礎方程式の有する物理的意味を考慮すれば、 $x-t$ 平面は第1象限($t \geq 0, x \geq 0$)に限定すれば十分であるから、式(4-1)および式(4-2)を1方向ラプラス変換により、 $x-t$ 平面より $x-p$ 平面に変換し、 $x-p$ 平面において解く。すなわち

$$C^P(x, p) = \int_0^\infty C(x, t) e^{-pt} dt \quad (4-3)$$

とすると、式(4-1)および式(4-2)は常微分方程式の境界値問題となり、その解として次式が得られる。

$$C^P(x, p) = \frac{e^{\mu x} \{ (p+G)C_B - pC_I \} \{ \mu \sinh \nu(L-x) + \nu \cosh \nu(L-x) \}}{p(p+G)(\mu \sinh \nu L + \nu \cosh \nu L)} + \frac{C_I}{p+G} \quad (4-4)$$

ただし、 μ, ν および G はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \left(\frac{u^2}{4E_x^2} + \frac{p+G}{E_x} \right)^{1/2}, \quad \nu = \frac{u}{2E_x} \\ G &= \frac{w\rho}{H}(1-k) \end{aligned} \right\} \quad (4-5)$$

で与えられる。式(4-4)が式(4-2)の初期条件を満足することは初期値の定理²⁾より

$$C(x, +0) = \lim_{p \rightarrow \infty} p C^P(x, p) = \begin{cases} C_B & (x=0) \\ C_I & (0 < x < L) \end{cases} \quad (4-6)$$

となり明かである。

$C^P(x, p)$ を $x-p$ 平面より $x-t$ 平面に展開定理²⁾を用いてもどすと、求める濃度分布式は次のように得られる。

$$C(x, t) = \frac{C_B e^{\frac{ux}{2E_x}} \left[\frac{uL}{2E_x} \sinh \left\{ \left(\frac{u^2 L^2}{4E_x^2} + \frac{L^2 G}{E_x} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right\} + \left(\frac{u^2 L^2}{4E_x^2} + \frac{L^2 G}{E_x} \right)^{1/2} \cosh \left\{ \left(\frac{u^2 L^2}{4E_x^2} + \frac{L^2 G}{E_x} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right\} \right]}{\frac{uL}{2E_x} \sinh \left(\frac{u^2 L^2}{4E_x^2} + \frac{L^2 G}{E_x} \right)^{1/2} + \left(\frac{u^2 L^2}{4E_x^2} + \frac{L^2 G}{E_x} \right)^{1/2} \cosh \left(\frac{u^2 L^2}{4E_x^2} + \frac{L^2 G}{E_x} \right)^{1/2}}$$

$$\begin{aligned}
& + 2U(t) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \left[C_I \left\{ \left(y_m^2 + \frac{u^2 L^2}{4E_x^2} \right) + \frac{L^2 G}{E_x} \right\} - C_B \left(y_m^2 + \frac{u^2 L^2}{4E_x^2} \right) \right] \left\{ \frac{uL}{2E_x} \sin y_m \left(1 - \frac{x}{L} \right) + y_m \cos y_m \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right\}}{\left(y_m^2 + \frac{u^2 L^2}{4E_x^2} \right) \left\{ \left(y_m^2 + \frac{u^2 L^2}{4E_x^2} \right) + \frac{GL^2}{E_x} \right\} \left\{ \left(y_m^2 + \frac{u^2 L^2}{4E_x^2} \right) + \frac{uL}{2E_x} \right\} \sin y_m} \\
& \times \exp \left[\frac{ux}{2E_x} - \left\{ \left(y_m^2 + \frac{u^2 L^2}{4E_x^2} \right) + \frac{L^2 G}{E_x} \right\} \frac{E_x}{L^2} t \right] \quad (4-7)
\end{aligned}$$

ただし、 y_m は

$$\tan y_m = - \frac{y_m}{uL/2E_x} \quad (4-8)$$

の正根を小さい順にとったものであり、 $U(t)$ は次式で定義される関数である。

$$U(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (4-9)$$

式(4-7)の第1項は $x=0$ における境界値 $C=C_B$ による定常項である。この項が第3章で求めた定常1次元モデルの解と一致することは簡単な変形によって確かめられる。また式(4-7)の第2項は無限級数の和となっているが、これは過渡項であり、この部分が矩形沈殿池の過渡特性を支配する。式(4-7)を次のように定義される無次元数で整理する。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{uL}{2E_x} \quad , \quad \beta = \frac{L^2 w_p}{E_x H} (1-k) \quad , \quad \tau = \frac{E_x T}{L^2} \\ \lambda &= \frac{x}{L} \quad , \quad \tau = \frac{t}{T} \end{aligned} \right\} \quad (4-10)$$

ここに、 T は沈殿池の理論滞留時間(池容積/流量)である。そうすると求める矩形沈殿池の濃度分布に対する非定常解は $t \geq 0$ の場合をとって

$$\begin{aligned}
\frac{C}{C_B} &= \frac{\exp(\alpha\lambda) [\alpha \sinh \{(\alpha^2 + \beta)^{1/2} (1-\lambda)\} + (\alpha^2 + \beta)^{1/2} \cosh \{(\alpha^2 + \beta)^{1/2} (1-\lambda)\}]}{\alpha \sinh (\alpha^2 + \beta)^{1/2} + (\alpha^2 + \beta)^{1/2} \cosh (\alpha^2 + \beta)^{1/2}} \\
&+ 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \left[\frac{C_I}{C_B} \left\{ (y_m^2 + \alpha^2) + \beta \right\} - (y_m^2 + \alpha^2) \right] \left\{ \alpha \sin y_m (1-\lambda) + y_m \cos y_m (1-\lambda) \right\}}{(y_m^2 + \alpha^2) \left\{ (y_m^2 + \alpha^2) + \beta \right\} [(y_m^2 + \alpha^2) + \alpha] \sin y_m} \\
&\times \exp[\alpha\lambda - \{(y_m^2 + \alpha^2) + \beta\} \tau] \quad (4-11)
\end{aligned}$$

となる。ただし、 y_m は式(4-8)の正根を小さい順にとったものである。

式(4-11)を用いて沈殿池流入水の浮遊物質濃度が急激に変化した場合の池内および池流出水におけ

る浮遊物質濃度の過渡特性を解析することができる。

4-2-2 過渡特性の数値実験による解析

矩形沈殿池における乱流混合と沈殿物の底面からの再浮上とを考慮した濃度分布の過渡特性を式(4-11)を用いて数値実験により解析する。

まず、池内の初期濃度 C_I と沈殿池入口における濃度 C_B との相対的な関係は次のように分類することができる。

- 1) $C_I = 0$ の場合：最初に沈殿池内が清水で満されていて $t = 0$ より一定濃度 C_B の原水が沈殿池内へ平均流速 u で流入し、沈降が始まり、以後持続される。
- 2) $C_I < C_B$ の場合：最初に沈殿池内に存在していた濃度 C_I の水よりも高濃度 C_B の原水が、 $t = 0$ より平均流速 u で流入し、沈降が始まり、以後持続される。
- 3) $C_I = C_B$ の場合：最初に濃度 C_B の水で満されており、 $t = 0$ より同じ濃度 C_B の原水が平均流速 u で流入し、沈降が開始され、以後持続される。
- 4) $C_I > C_B$ の場合：最初に沈殿池内に存在していた濃度 C_I の水よりも低濃度 C_B の原水が $t = 0$ より平均流速 u で流入し、沈降が開始され、以後持続される。

流入水濃度が急激に変化した場合に、いわゆる shock load として問題となるのは特に 2) のような場合であるが、 $C_I = 0$ を濃度の基準に考えれば 2) と 1) とは類似の場合であるから、1) で解析しておけば十分である。

$C_I = 0$ の場合について沈殿池内の濃度分布の時間的変化を無次元時間 τ (実時間を沈殿池の理論滞留時間でわったもの) をパラメータとして求めたものが Fig. 4-1. および Fig. 4-2. である。縦軸の C/C_B は池内各点における各時刻の濃度 $C(\lambda, \tau)$ を入口境界濃度 C_B で除した無次元濃度で、横軸の λ は沈殿池の長さ L で流下距離 x を除した無次元流下距離である。Fig. 4-1. は再浮上パラメータが $k = 0$ の場合で、Fig. 4-2. は $k = 0.5$ の場合である。沈殿池内の浮遊物質濃度が初期濃度 $C_I = 0$ (図では $C/C_B = 0$ の直

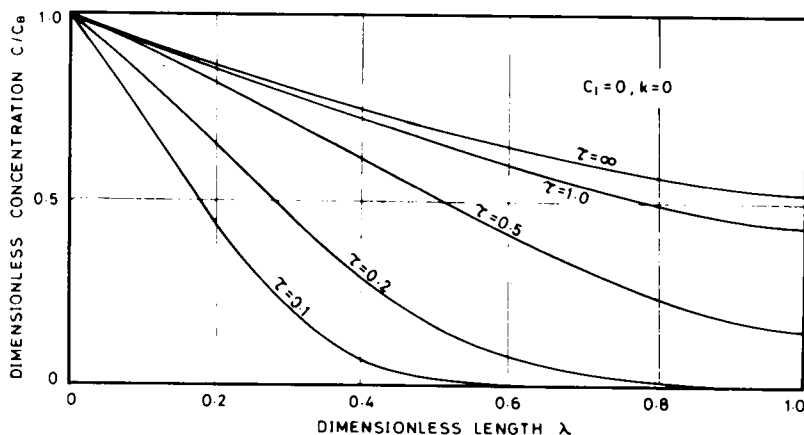


Fig. 4-1. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (1) ($C_I = 0, k = 0$)

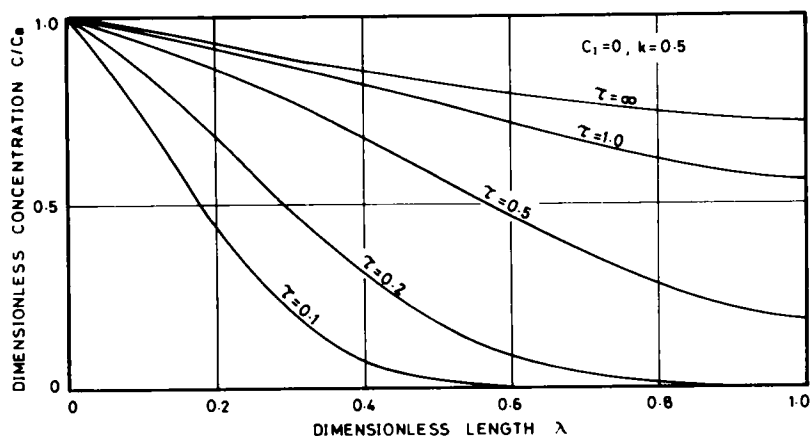


Fig. 4-2. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (2) ($C_I = 0$, $k = 0.5$)

線で λ の目盛の横軸と一致する) より時間の経過とともに次第に定常状態 ($\tau = \infty$) の濃度 C_∞ にまで高まっていく様子がよくわかる。

次に $C_I = C_B$ の場合について同様に沈殿池内の浮遊物質濃度の時間的変化を再浮上パラメータの $k=0$ と $k=0.5$ について求めたのが Fig. 4-3. と Fig. 4-4. とである。いずれも初期濃度 $C_I = C_B$ より時間の経過とともに池内各点の浮遊物質濃度が定常値 C_∞ にまで低下していくのがよくわかる。どの場合も再浮上パラメータ k の大きいものの方が定常状態での濃度 C_∞ は大きくなっている。特に初期濃度が $C_I = 0$ の場合, Fig. 4-1., Fig. 4-2. を見ると再浮上パラメータ k の影響は無次元時間 τ が小さい間はそれほど目立たないが, τ が大きくなるにしたがって, k の影響が次第にはっきりと出てくる。この結果は沈殿池の出口濃度に対する再浮上現象の影響を比較的初期の段階で把握するのは困難であることを示すものである。また再浮上パラメータ k の小さい方すなわち沈殿物の再浮上の小さい方が定常状態の濃度にすみやかに近づくようである。Fig. 4-5. は出口濃度の時間的変化を $C_I = 0$ と $C_I/C_B = 1$ との場合について図示したものである。この図より無次元時間が $\tau = 2.0$ 程度になると沈殿池流出水はほぼ定常状態に近い濃度になっているものと見なせるようである。

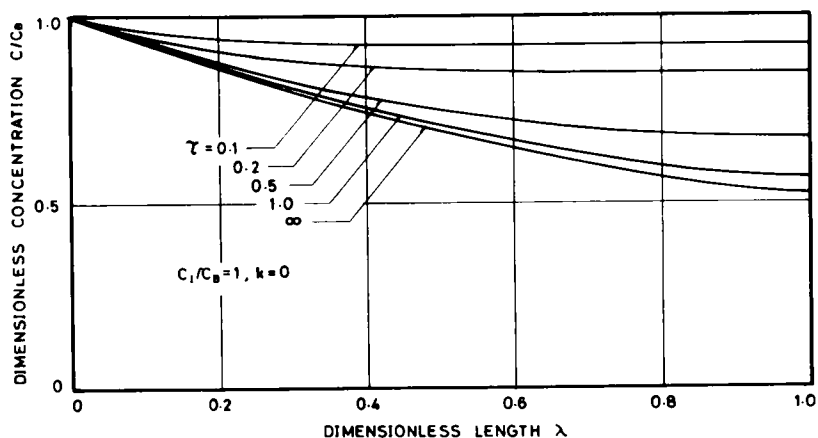


Fig. 4-3. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (3) ($C_I/C_B = 1$, $k = 0$)

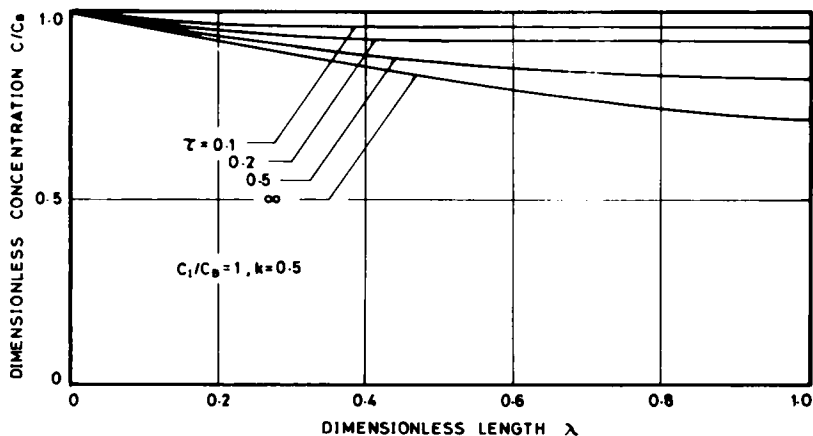


Fig. 4-4. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (4) ($C_I/C_B = 1, k = 0.5$)

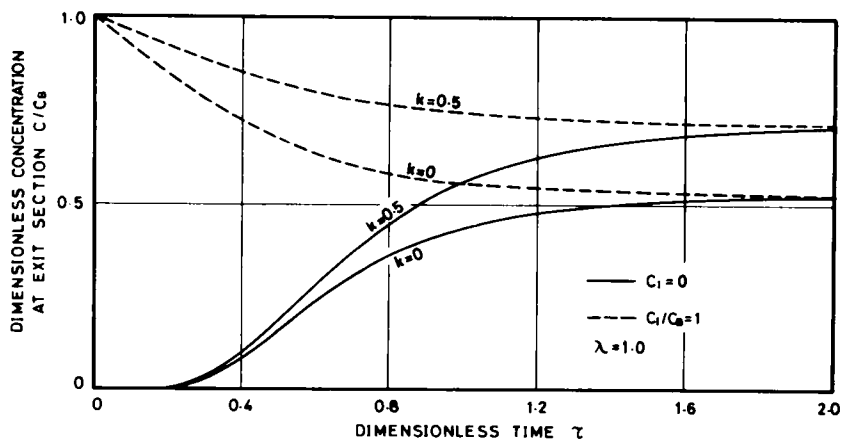


Fig. 4-5. Transient Characteristics of Sediment Concentration at Exit Section

以下に沈殿池内の初期濃度が $C_I = 0$ の場合について、処理流量 Q 、粒子沈降速度 w_p 、水深 H 、池長 L などが浮遊物質濃度の過渡特性に与える影響について数値実験により検討する。

(1) 流量 Q の影響

水深 H および幅 B を一定とし、処理流量 Q を変化させた場合には、 $u = Q/(BH)$ から明かなように、池内平均流速 u が変化したことに相当する。 u が変化すればフルード数 $F = u/\sqrt{gH}$ も変化し、池内の混合特性などが変化する。このとき池内の混合特性を示す流れ方向の拡散係数 E_x は次式のような関係

$$E_x = 3.59 \exp(58.5 F) \quad (4-12)$$

によって与えられるものとする（第2章参照）。

粒子沈降速度 $w_p = 0.026 \text{ cm/sec}$ 、池長 $L = 80 \text{ cm}$ 、幅 $B = 20 \text{ cm}$ 、水深 $H = 7 \text{ cm}$ 、池内初期濃度 $C_I = 0$ を与えた場合について、処理流量 Q の変化に対して再浮上パラメータ k の値を種々かえて、式(4-10)

で定義される無次元数 α , β , τ および $\tau = 1.0$, $\tau = \infty$ のときの出口濃度 C_1 , C_∞ を求めた結果の一部を Table 4-1. に示す。表中の C_1/C_∞ は理論滞留時間 ($\tau = 1.0$) 経過後の出口濃度が定常状態における出口濃度の何割に達しているかを示し, C_1/C_∞ の値が大なるほど $\tau = 1.0$ における濃度の状態は定常状態に近いと言える (以後これを定常状態への漸近度と称する)。無次元時間 τ をパラメータとして, 流量 Q に対する出口濃度の変化を図示すると Fig. 4-6., Fig. 4-7. のようになる。当然のことながら再浮上パラメータ k が大きいほど出口濃度は高い。しかし流量 Q が大 (池内平均流速 u が大) なるほど出口濃度が高くなるという現象が見られるのはほぼ定常状態 ($\tau = 1.5 \sim 2.0$) に達してからのことで, 経過時間の短い間 (たとえば $\tau < 0.7$ 程度) では流量 Q が大きくなっても, 出口濃度 C/C_B が低くなっている範囲がある。この

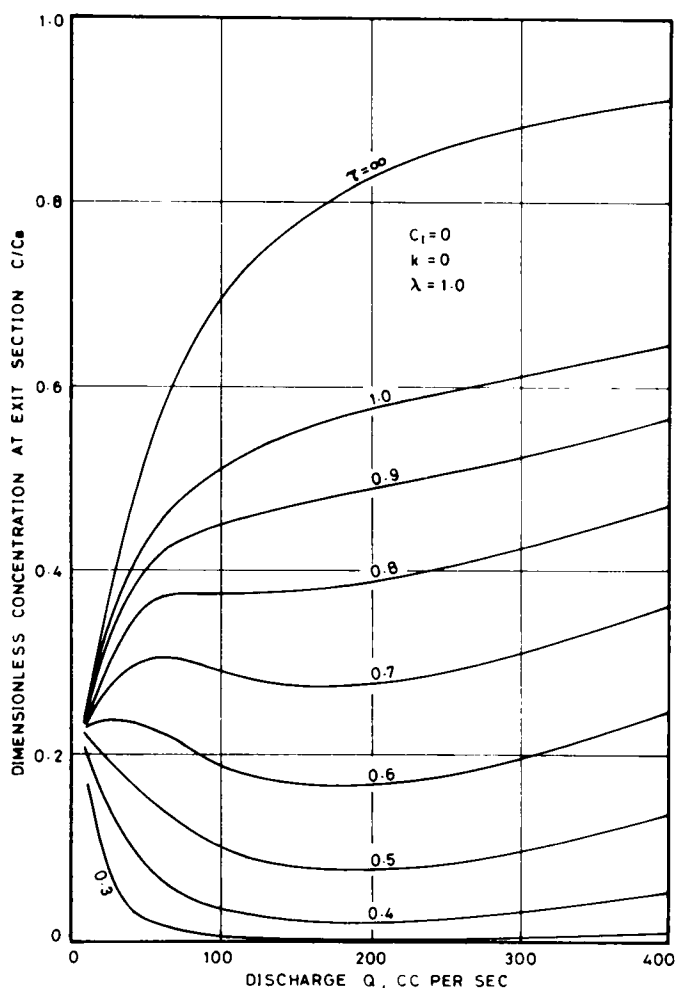


Fig. 4-6. Relations between Dimensionless Concentration C/C_B and Discharge Q , at Various Times (1) ($k=0$)

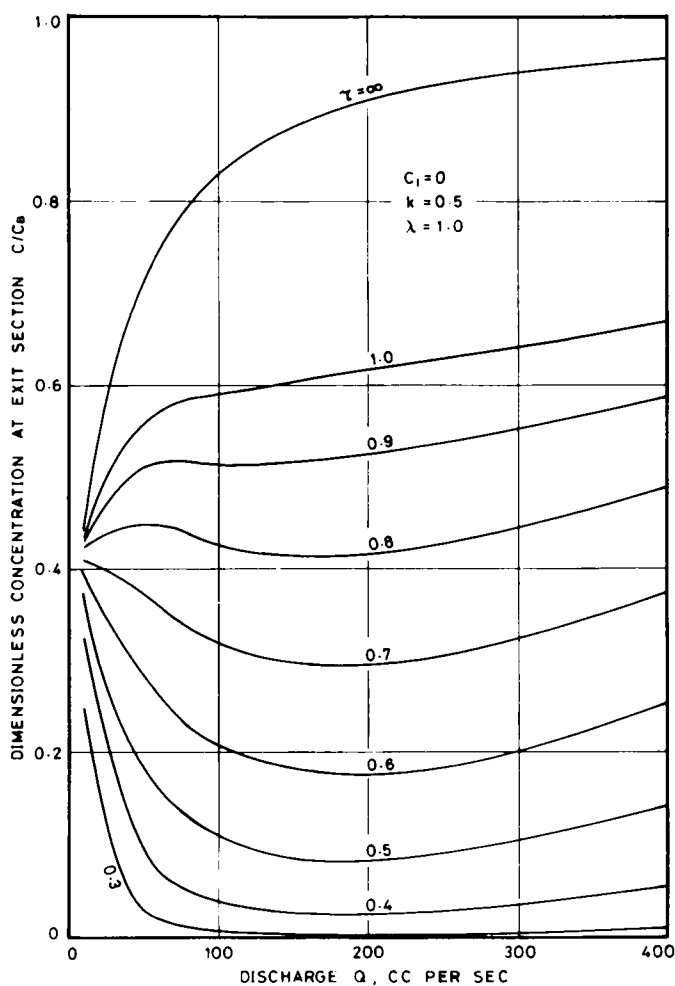


Fig. 4-7. Relations between Dimensionless Concentration C/C_∞ and Discharge Q , at Various Times (2) ($k=0.5$)

現象は比較的初期の段階において出口濃度が低いからといって定常状態においても同様に低い濃度が得られることを期待するのは危険であるということを示すものに他ならない。また Table 4-1. 中の無次元数 α および τ の欄を見ればこの現象がもっともはっきりと見られる流量 ($Q \cong 200$ cc/sec 程度) で α の値は最大、 τ の値は最小になっており、式 (4-10) の α と τ の定義より推察するとこの現象は乱れ (拡散) に関係したものであることがうかがえる。定常状態への漸近度を示す指標 C_1/C_∞ の値を流量 Q をパラメータとして再浮上パラメータ k に対してプロットすると Fig. 4-8. のようになる。再浮上パラメータ k の値が大きくなるほどゆっくりと定常値に近づき定常状態に達するのに長い時間を要することがわかる。

Table 4-1. Variation of Concentration C_1 and C_∞ , Asymptotic Rate C_1/C_∞ , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, r) with Discharge Q .

Discharge Q (cc/sec)	Detention Time T (sec)	Scouring Parameter k	α^*	β^*	r^*	Concent- ration C_∞	Concent- ration C_1	C_1/C_∞^{**}
10	1.120×10^3	0	7.567×10^{-1}	6.296	6.608×10^{-1}	2.399×10^{-1}	2.394×10^{-1}	9.977×10^{-1}
10	"	0.1	"	5.666	"	2.682×10^{-1}	2.673×10^{-1}	9.967×10^{-1}
10	"	0.3	"	4.407	"	3.398×10^{-1}	3.375×10^{-1}	9.932×10^{-1}
10	"	0.5	"	3.148	"	4.408×10^{-1}	4.346×10^{-1}	9.859×10^{-1}
10	"	0.7	"	1.889	"	5.900×10^{-1}	5.728×10^{-1}	9.710×10^{-1}
50	2.240×10^2	0	3.092	5.145	1.617×10^{-1}	5.268×10^{-1}	4.372×10^{-1}	8.299×10^{-1}
50	"	0.1	"	4.631	"	5.592×10^{-1}	4.593×10^{-1}	8.214×10^{-1}
50	"	0.3	"	3.602	"	6.317×10^{-1}	5.073×10^{-1}	8.030×10^{-1}
50	"	0.5	"	2.573	"	7.164×10^{-1}	5.609×10^{-1}	7.829×10^{-1}
50	"	0.7	"	1.544	"	8.158×10^{-1}	6.208×10^{-1}	7.610×10^{-1}
100	1.120×10	0	4.805	3.998	1.040×10^{-1}	6.975×10^{-1}	5.139×10^{-1}	7.368×10^{-1}
100	"	0.1	"	3.598	"	7.223×10^{-1}	5.285×10^{-1}	7.317×10^{-1}
100	"	0.3	"	2.799	"	7.752×10^{-1}	5.589×10^{-1}	7.210×10^{-1}
100	"	0.5	"	1.999	"	8.326×10^{-1}	5.912×10^{-1}	7.100×10^{-1}
100	"	0.7	"	1.199	"	8.953×10^{-1}	6.255×10^{-1}	6.987×10^{-1}
200	5.600×10	0	5.803	2.414	8.616×10^{-2}	8.292×10^{-1}	5.744×10^{-1}	6.926×10^{-1}
200	"	0.1	"	2.173	"	8.447×10^{-1}	5.828×10^{-1}	6.900×10^{-1}
200	"	0.3	"	1.690	"	8.766×10^{-1}	6.001×10^{-1}	6.845×10^{-1}
200	"	0.5	"	1.207	"	9.100×10^{-1}	6.179×10^{-1}	6.790×10^{-1}
200	"	0.7	"	7.242×10^{-1}	"	9.448×10^{-1}	6.363×10^{-1}	6.735×10^{-1}
400	2.800×10	0	4.231	8.801×10^{-1}	1.182×10^{-1}	9.132×10^{-1}	6.464×10^{-1}	7.079×10^{-1}
400	"	0.1	"	7.921×10^{-1}	"	9.214×10^{-1}	6.509×10^{-1}	7.064×10^{-1}
400	"	0.3	"	6.161×10^{-1}	"	9.328×10^{-1}	6.599×10^{-1}	7.034×10^{-1}
400	"	0.5	"	4.401×10^{-1}	"	9.554×10^{-1}	6.691×10^{-1}	7.003×10^{-1}
400	"	0.7	"	2.640×10^{-1}	"	9.729×10^{-1}	6.784×10^{-1}	6.973×10^{-1}

* Dimensionless Number

** Asymptotic Rate of Concentration at $\tau=1$ (C_∞ is an asymptotic value of concentration when time τ becomes infinity, and C_1 is a concentration at $\tau=1$)

(2) 粒子沈降速度 w_p の影響

粒子沈降速度 w_p を変化させて、無次元数 α, β, r , 理論滞留時間 T , 出口濃度 C_1 ($\tau=1.0$), C_∞ ($\tau=\infty$), C_1/C_∞ などを求めると Table 4-2. のようになる。また粒子沈降速度 w_p と濃度 C_1, C_∞ との関係再浮上パラメータ k を種々変化させて図示すると Fig. 4-9. のようになる。 w_p が大きいほど $\tau=1.0$ と $\tau=\infty$ のいずれに対しても出口濃度はかなり低下していき、非定常状態においても、定常状態におけると同様に w_p の役割の大きいことがわかる。しかし、 $\tau=1.0$ での出口濃度 C_1 の低下は $\tau=\infty$ での出口濃度 C_∞ の低下よりもゆるやかである。この場合も過渡状態と定常状態とで w_p の出口濃度に対する影響の仕方の異なることが認められる。また $\tau=1.0$ における濃度の定常値への漸近度 C_1/C_∞ を w_p に対して再浮上パラメータ k を変えてプロットすると Fig. 4-10. のようになる。Fig. 4-10. は粒子沈降速度 w_p が大きくなるほど C_1/C_∞ は大きくなり速く定常状態に達することを示しているが、この場合も、やはり再浮上パラメータ k が大きくなるほど C_1/C_∞ は小さくなり定常状態になるのに時間のかかることがわかる。 k が浮遊粒子の沈降とは反対に沈殿粒子の再浮上現象を記述するパラメータであることを考慮すれば $k > 0$ は流体の乱れによる粒子の混合拡散現象と重力による粒子の沈降現象とによって形成されるある動

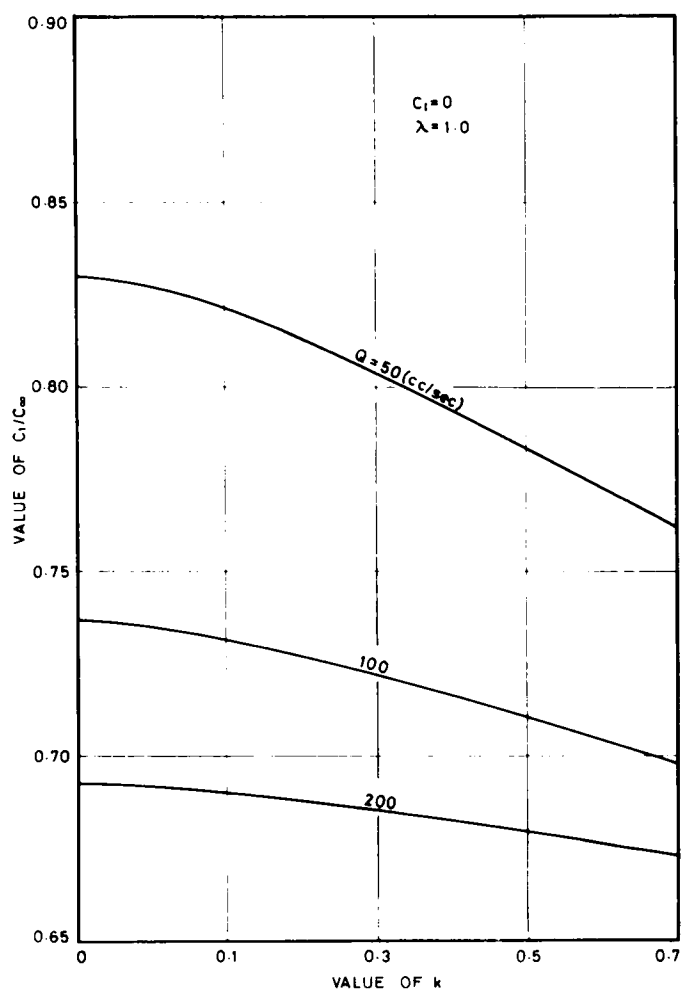


Fig. 4-8. Relations between Value of C_1/C_∞ and Value of k

的な平衡状態 ($k=0$ の場合) に、更に沈殿物の再浮上現象が加わることを意味する。したがって、 k の正値が大となることはこの平衡状態の形成をそれだけ遅延せしめると考えれば、このような結果は現象論的にも予想され得ることであろう。また粒子沈降速度 w_p が大なるほど出口濃度 C_∞ が低くなり、再浮上パラメータ k が大きくなるほど出口濃度 C_∞ が高くなるという結果は2次元定常拡散モデルによる数値実験ですでに得た結果とも一致する。

Table 4-2. Evaluation of Concentration C_1 and C_∞ , Asymptotic Rate C_1/C_∞ , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, γ) with Fall Velocity w_p

Fall Velocity w_p (cm/sec)	Detention Time T (sec)	Scouring Parameter k	α^*	β^*	γ^*	Concentration C_∞	Concentration C_1	C_1/C_∞^{**}
1.000×10^{-3}	1.120×10^2	0	4.805	1.538×10^{-1}	1.040×10^{-1}	9.858×10^{-1}	6.736×10^{-1}	6.833×10^{-1}
1.000×10^{-3}	"	0.1	"	1.384×10^{-1}	"	9.872×10^{-1}	6.743×10^{-1}	6.831×10^{-1}
1.000×10^{-3}	"	0.3	"	1.076×10^{-1}	"	9.900×10^{-1}	6.758×10^{-1}	6.826×10^{-1}
1.000×10^{-3}	"	0.5	"	7.689×10^{-2}	"	9.929×10^{-1}	6.773×10^{-1}	6.822×10^{-1}
1.000×10^{-3}	"	0.7	"	4.613×10^{-2}	"	9.957×10^{-1}	6.788×10^{-1}	6.817×10^{-1}
5.000×10^{-3}	1.120×10^2	0	4.805	7.689×10^{-1}	1.040×10^{-1}	9.313×10^{-1}	6.449×10^{-1}	6.924×10^{-1}
5.000×10^{-3}	"	0.1	"	6.920×10^{-1}	"	9.379×10^{-1}	6.484×10^{-1}	6.913×10^{-1}
5.000×10^{-3}	"	0.3	"	5.382×10^{-1}	"	9.513×10^{-1}	6.555×10^{-1}	6.890×10^{-1}
5.000×10^{-3}	"	0.5	"	3.844×10^{-1}	"	9.649×10^{-1}	6.627×10^{-1}	6.868×10^{-1}
5.000×10^{-3}	"	0.7	"	2.307×10^{-1}	"	9.788×10^{-1}	6.699×10^{-1}	6.845×10^{-1}
1.000×10^{-2}	1.120×10^2	0	4.805	1.538	1.040×10^{-1}	8.681×10^{-1}	6.107×10^{-1}	7.035×10^{-1}
1.000×10^{-2}	"	0.1	"	1.384	"	8.803×10^{-1}	6.174×10^{-1}	7.013×10^{-1}
1.000×10^{-2}	"	0.3	"	1.076	"	9.054×10^{-1}	6.310×10^{-1}	6.969×10^{-1}
1.000×10^{-2}	"	0.5	"	7.689×10^{-1}	"	9.313×10^{-1}	6.449×10^{-1}	6.924×10^{-1}
1.000×10^{-2}	"	0.7	"	4.613×10^{-1}	"	9.581×10^{-1}	6.591×10^{-1}	6.879×10^{-1}
5.000×10^{-2}	1.120×10^2	0	4.805	7.689	1.040×10^{-1}	5.100×10^{-1}	3.983×10^{-1}	7.809×10^{-1}
5.000×10^{-2}	"	0.1	"	6.920	"	5.436×10^{-1}	4.198×10^{-1}	7.723×10^{-1}
5.000×10^{-2}	"	0.3	"	5.382	"	6.190×10^{-1}	4.668×10^{-1}	7.542×10^{-1}
5.000×10^{-2}	"	0.5	"	3.844	"	7.069×10^{-1}	5.195×10^{-1}	7.349×10^{-1}
5.000×10^{-2}	"	0.7	"	2.307	"	8.100×10^{-1}	5.785×10^{-1}	7.143×10^{-1}
1.000×10^{-1}	1.120×10^2	0	4.805	1.538×10	1.040×10^{-1}	2.787×10^{-1}	2.377×10^{-1}	8.527×10^{-1}
1.000×10^{-1}	"	0.1	"	1.384×10	"	3.131×10^{-1}	2.631×10^{-1}	8.404×10^{-1}
1.000×10^{-1}	"	0.3	"	1.076×10	"	3.977×10^{-1}	3.232×10^{-1}	8.127×10^{-1}
1.000×10^{-1}	"	0.5	"	7.689	"	5.100×10^{-1}	3.983×10^{-1}	7.809×10^{-1}
1.000×10^{-1}	"	0.7	"	4.613	"	6.612×10^{-1}	4.924×10^{-1}	7.447×10^{-1}

* Dimensionless Number

** Asymptotic Rate of Concentration at $\tau=1$ (C_∞ is an asymptotic value of concentration when τ becomes infinity, and C_1 is a concentration at $\tau=1$)

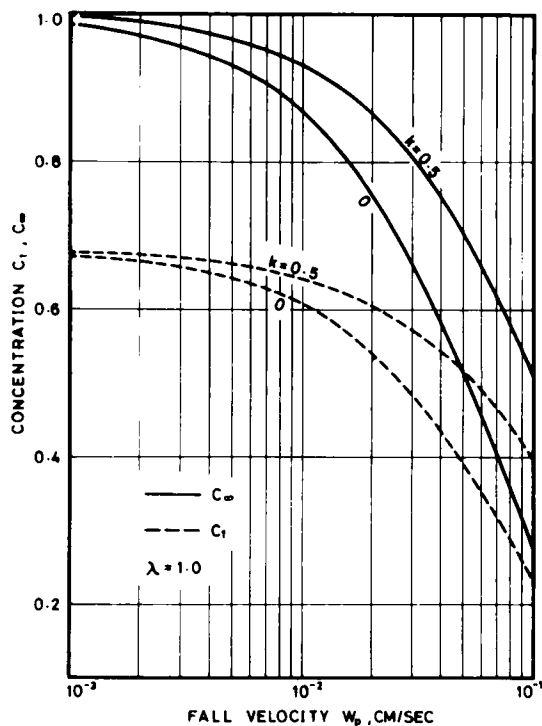


Fig. 4-9. Relations between Sediment Concentration (C_1, C_∞) and Fall Velocity w_p

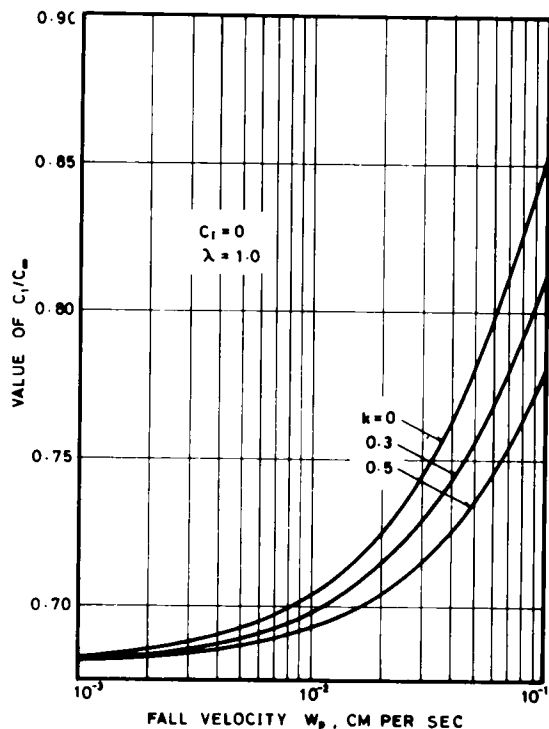


Fig. 4-10. Relations between Value of C_1/C_∞ and Fall Velocity w_p

(3) 水深 H の影響

水深 H の変化に対する式 (4-10) で定義した無次元数 α, β, τ および理論滞留時間 T , 出口濃度 C_1, C_∞ , $\tau=1.0$ における定常値への漸近度 C_1/C_∞ などの一部は Table 4-3. のようになる。また $\tau=1.0$ における水深 H に対する C_∞ と C_1/C_∞ との関係を再浮上パラメータ k を変えて図示すると Fig. 4-11. のようになる。やはり再浮上パラメータ k が大なるほど出口濃度 C_∞ は大となる。出口濃度 C_∞ が最小となる水深 (除去効率が最大となる水深) を最適水深であるとして第3章において1次元定常拡散モデルについて種々検討を行なったが, Fig. 4-11. においては, この最適水深付近では定常値への漸近度 C_1/C_∞ が最小となっている。したがって, いわゆる最適水深においては定常値に達するのが最適でない場合よりも遅いと言える。このことは沈殿池の操作などにおいて十分考慮すべきものと思われる。

(4) 長さ L の影響

池長 L の変化に対する無次元数 α, β, τ , 理論滞留時間 T , 出口濃度 C_1, C_∞ および C_1/C_∞ を求めると Table 4-4. のようになる。 L と C_1/C_∞ との関係を図示すると Fig. 4-12. のようになる。2次元定常モデルからも予想されたごとく, 池長 L が長くなればなるほど出口濃度 C_1, C_∞ は低くなり, また C_1/C_∞ は小さくなり, 定常状態に近づくのに時間がかかる。

Table 4-3. Variation of Concentration C_1 and C_∞ Asymptotic Rate C_1/C_∞ , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, τ) with Depth H

Depth H (cm)	Detention Time T (sec)	Scouring Parameter k	α^*	β^*	τ^*	Concentration C_∞	Concentration C_1	C_1/C_∞^{**}
1	1.600×10	0	4.876×10 ⁻³	4.057×10 ⁻³	1.025×10 ²	9.980×10 ⁻¹	9.980×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.1	"	3.651×10 ⁻³	"	9.982×10 ⁻¹	9.982×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.3	"	2.840×10 ⁻³	"	9.986×10 ⁻¹	9.986×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.5	"	2.028×10 ⁻³	"	9.990×10 ⁻¹	9.990×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.7	"	1.217×10 ⁻³	"	9.994×10 ⁻¹	9.994×10 ⁻¹	1.000
5	8.000×10	0	1.831	4.019	1.035×10 ¹	6.973×10 ⁻¹	5.134×10 ⁻¹	7.363×10 ⁻¹
5	"	0.1	"	3.617	"	7.221×10 ⁻¹	5.280×10 ⁻¹	7.311×10 ⁻¹
5	"	0.3	"	2.813	"	7.750×10 ⁻¹	5.584×10 ⁻¹	7.205×10 ⁻¹
5	"	0.5	"	2.012	"	8.325×10 ⁻¹	5.907×10 ⁻¹	7.095×10 ⁻¹
5	"	0.7	"	1.206	"	8.952×10 ⁻¹	6.250×10 ⁻¹	6.982×10 ⁻¹
10	1.600×10 ²	0	4.146	3.449	1.206×10 ¹	7.031×10 ⁻¹	5.286×10 ⁻¹	7.518×10 ⁻¹
10	"	0.1	"	3.104	"	7.274×10 ⁻¹	5.431×10 ⁻¹	7.465×10 ⁻¹
10	"	0.3	"	2.415	"	7.793×10 ⁻¹	5.733×10 ⁻¹	7.357×10 ⁻¹
10	"	0.5	"	1.725	"	8.358×10 ⁻¹	6.055×10 ⁻¹	7.245×10 ⁻¹
10	"	0.7	"	1.035	"	8.972×10 ⁻¹	6.395×10 ⁻¹	7.128×10 ⁻¹
50	8.000×10 ²	0	1.085	9.028×10 ⁻¹	4.608×10 ¹	7.922×10 ⁻¹	7.146×10 ⁻¹	9.020×10 ⁻¹
50	"	0.1	"	8.126×10 ⁻¹	"	8.100×10 ⁻¹	7.279×10 ⁻¹	8.986×10 ⁻¹
50	"	0.3	"	6.320×10 ⁻¹	"	8.474×10 ⁻¹	7.554×10 ⁻¹	8.915×10 ⁻¹
50	"	0.5	"	4.514×10 ⁻¹	"	8.873×10 ⁻¹	7.843×10 ⁻¹	8.839×10 ⁻¹
50	"	0.7	"	2.709×10 ⁻¹	"	9.300×10 ⁻¹	8.145×10 ⁻¹	8.758×10 ⁻¹
100	1.600×10 ³	0	5.519×10 ⁻¹	4.592×10 ⁻¹	9.059×10 ⁻¹	8.547×10 ⁻¹	8.268×10 ⁻¹	9.673×10 ⁻¹
100	"	0.1	"	4.133×10 ⁻¹	"	8.677×10 ⁻¹	8.383×10 ⁻¹	9.661×10 ⁻¹
100	"	0.3	"	3.214×10 ⁻¹	"	8.947×10 ⁻¹	8.619×10 ⁻¹	9.634×10 ⁻¹
100	"	0.5	"	2.296×10 ⁻¹	"	9.229×10 ⁻¹	8.866×10 ⁻¹	9.606×10 ⁻¹
100	"	0.7	"	1.378×10 ⁻¹	"	9.526×10 ⁻¹	9.121×10 ⁻¹	9.575×10 ⁻¹

* Dimensionless Number

** Asymptotic Rate of Concentration at $\tau=1$ (C_∞ is an asymptotic value of concentration when τ becomes infinity, and C_1 is a Concentration at $\tau=1$)

Table 4-4. Variation of Concentration C_1 and C_∞ , Asymptotic Rate C_1/C_∞ , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, τ) with Length L

Length L (cm)	Detention Time T (sec)	Scouring Parameter k	α^*	β^*	τ^*	Concentration C_∞	Concentration C_1	C_1/C_∞^{**}
1	1.400	0	6.007×10 ⁻²	6.247×10 ⁻⁴	8.324	9.997×10 ⁻¹	9.997×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.1	"	5.622×10 ⁻⁴	"	9.997×10 ⁻¹	9.997×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.3	"	4.373×10 ⁻⁴	"	9.998×10 ⁻¹	9.998×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.5	"	3.124×10 ⁻⁴	"	9.998×10 ⁻¹	9.998×10 ⁻¹	1.000
1	"	0.7	"	1.874×10 ⁻⁴	"	9.999×10 ⁻¹	9.999×10 ⁻¹	1.000
10	1.400×10	0	6.007×10 ⁻¹	6.247×10 ⁻²	8.324×10 ¹	9.786×10 ⁻¹	9.256×10 ⁻¹	9.458×10 ⁻¹
10	"	0.1	"	5.622×10 ⁻²	"	9.807×10 ⁻¹	9.274×10 ⁻¹	9.456×10 ⁻¹
10	"	0.3	"	4.373×10 ⁻²	"	9.850×10 ⁻¹	9.309×10 ⁻¹	9.451×10 ⁻¹
10	"	0.5	"	3.124×10 ⁻²	"	9.892×10 ⁻¹	9.344×10 ⁻¹	9.446×10 ⁻¹
10	"	0.7	"	1.874×10 ⁻²	"	9.935×10 ⁻¹	9.379×10 ⁻¹	9.440×10 ⁻¹
50	7.000×10	0	3.003	1.562	1.665×10 ¹	8.101×10 ⁻¹	6.203×10 ⁻¹	7.656×10 ⁻¹
50	"	0.1	"	1.406	"	8.269×10 ⁻¹	6.302×10 ⁻¹	7.621×10 ⁻¹
50	"	0.3	"	1.093	"	8.619×10 ⁻¹	6.506×10 ⁻¹	7.548×10 ⁻¹
50	"	0.5	"	7.809×10 ⁻¹	"	8.987×10 ⁻¹	6.716×10 ⁻¹	7.473×10 ⁻¹
50	"	0.7	"	4.685×10 ⁻¹	"	9.376×10 ⁻¹	6.934×10 ⁻¹	7.396×10 ⁻¹
100	1.400×10 ²	0	6.007	6.247	8.324×10 ²	6.312×10 ⁻¹	4.592×10 ⁻¹	7.275×10 ⁻¹
100	"	0.1	"	5.622	"	6.600×10 ⁻¹	4.762×10 ⁻¹	7.214×10 ⁻¹
100	"	0.3	"	4.373	"	7.222×10 ⁻¹	5.121×10 ⁻¹	7.090×10 ⁻¹
100	"	0.5	"	3.124	"	7.913×10 ⁻¹	5.509×10 ⁻¹	6.962×10 ⁻¹
100	"	0.7	"	1.874	"	8.681×10 ⁻¹	5.928×10 ⁻¹	6.829×10 ⁻¹

* Dimensionless Number

** Asymptotic Rate of Concentration at $\tau=1$ (C_∞ is an asymptotic value of Concentration when τ becomes infinity, and C_1 is a concentration at $\tau=1$)

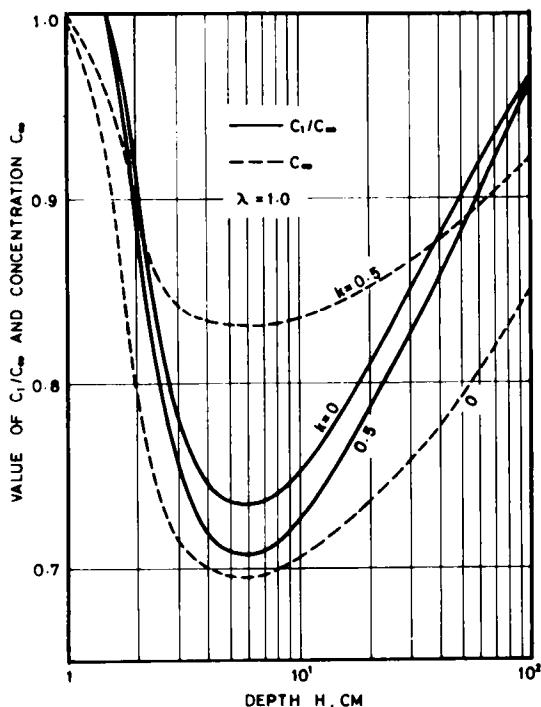


Fig. 4-11. Variations of Value of C_1/C_∞ and Sediment Concentration C_∞ With Depth H

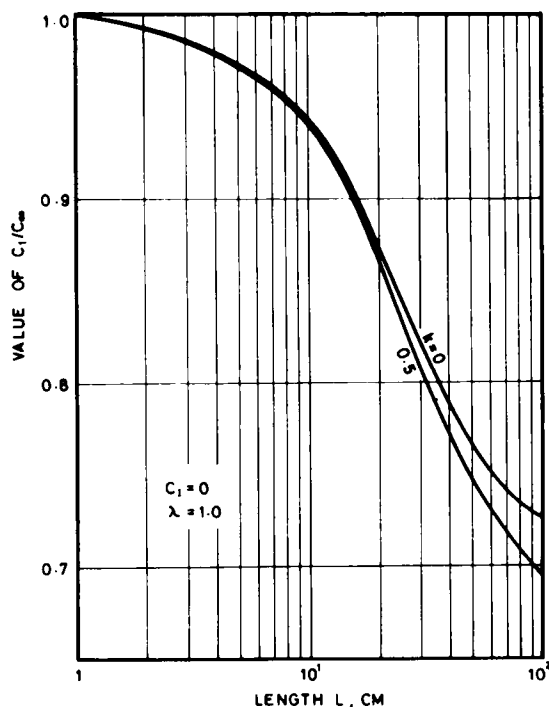


Fig. 4-12. Relations between Value of C_1/C_∞ and Length L

4-3 1次元非定常分布系モデルと正弦波入力に対する応答³⁾

4-3-1 正弦波入力に対する応答

連続的に運転されている沈殿池における流入水の水質はいつも一定であるというわけではなく、周期的あるいは非周期的な変動をしている。したがって、負荷の時間的変動を考慮しない沈殿池の静特性のみの把握では不十分なことはいうまでもない。また、たとえ負荷の時間的な変動を考慮したとしても、それが単なる沈殿池流出水の定常状態における特性（時間に関して常に同じ変化が周期的に出現するようになった状態のいわゆる周波数応答による特性）⁴⁾の解析にとどまれば任意の形の負荷変動に対する非定常特性を把握することは難しい。したがって、実際に負荷変動を沈殿モデルへの入力として、その沈殿池の非定常特性を解析することは重要なことである。ところで、任意の形の負荷変動はフーリエ解析により三角関数の和として表わすことができるから正弦波入力に対する沈殿池の非定常特性を解析すれば十分である。⁵⁾以下に正弦波入力に対する沈殿池の応答について考察する。

基礎方程式と初期条件および境界条件は

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{w_p}{H} (1 - k) C \quad (4-13)$$

$$t = 0 \quad \text{で} \quad C = 0 \quad (4-14)$$

$$\left. \begin{array}{ll} x=0 & \text{で} \quad C=C(t) \\ x=L & \text{で} \quad \frac{\partial C}{\partial x}=0 \end{array} \right\} \quad (4-15)$$

である。沈殿池流入端における濃度の時間的な変動を後の解析に便利のように次のように書く。

$$\left. \begin{array}{ll} x=0 & \text{で} \quad C(x, t) = \begin{cases} C_B \cdot f(t) & \dots\dots 0 \leq t \leq T_0 \\ 0 & \dots\dots t > T_0 \end{cases} \\ x=L & \text{で} \quad \frac{\partial C}{\partial x}=0 \end{array} \right\} \quad (4-16)$$

境界条件(4-16)は流入水の変動が $t=0$ から $t=T_0$ までの間、続きその後は濃度がゼロとなる場合であるが、変動が $t > T_0$ においても持続している場合には $0 \leq t \leq T_0$ のみを考えればよい。また $t > T_0$ で一定濃度となる場合は4-2で求めたインディシャル応答の結果を重ね合わせるとよい。式(4-16)のように $x=0$ での境界条件を $t=T_0$ でわけたのは、このような場合にも利用することを考えたものである。基礎方程式(4-13)を初期条件(4-14)および境界条件(4-16)のもとに解くと次のような解が得られる。

a) $0 \leq t \leq T_0$ の場合

$$C(x, t) = \frac{2C_B E_x e^{\mu x}}{L^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \left\{ \mu L \sin y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) + y_m \cos y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \right\}}{\{(\mu L)^2 + (\mu L) + y_m^2\} \sin y_m} \\ \times \int_0^t f(t') \exp \left[- \left\{ \left(\frac{\mu^2 L^2}{4E_x^2} + y_m^2 \right) \frac{E_x}{L^2} + G \right\} (t - t') \right] dt' \quad (4-17)$$

b) $t > T_0$ の場合

$$C(x, t) = \frac{2C_B E_x e^{\mu x}}{L^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \left\{ \mu L \sin y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) + y_m \cos y_m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \right\}}{\{(\mu L)^2 + (\mu L) + y_m^2\} \sin y_m} \\ \times \int_0^{T_0} f(t') \exp \left[- \left\{ \left(\frac{\mu^2 L^2}{4E_x^2} + y_m^2 \right) \frac{E_x}{L^2} + G \right\} (t - t') \right] dt' \quad (4-18)$$

ただし、 y_m は

$$\tan y_m = - \frac{y_m}{\mu L} \quad (4-19)$$

を解いて得られる正根を小さい順にとったもので、 μ , G はそれぞれ

$$\mu = \frac{u}{2E_x}, \quad G = \frac{w_p}{H} (1-k) \quad (4-20)$$

である。

ここで、流入水の負荷変動の例として $x=0$ における境界条件中の $f(t)$ が後述する式 (4-21) のような正弦波動的変動をする場合を考える。田井⁶⁾あるいは奥野⁷⁾によるとたとえば下水処理場への流入水の水質の変動は調和解析により種々の周波数を有する三角関数の和で表わせるから、水質の変動の影響をこのような正弦波によって解析しておけば便利であろう。そこで $f(t)$ を次のように表わす。

$$f(t) = \sin(\omega t + \phi) + S \quad (4-21)$$

ここに、 ω は角周波数 (rad/sec) で ϕ は位相角 (rad) であり、 S は $S \geq 1$ なる正の定数である。すなわち、沈殿池への流入水の浮遊物質濃度は流入端において

$$C(0, t) = C_B \{ \sin(\omega t + \phi) + S \} \quad (4-22)$$

と表わせる。式 (4-22) を式 (4-17), (4-18) に代入して積分すればそれぞれ次のようになる。

a) $0 \leq \tau \leq \tau_0$ の場合

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_B} = 2\tau e^{\alpha\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \{ \alpha \sin y_m (1-\lambda) + y_m \cos y_m (1-\lambda) \}}{(\alpha^2 + \alpha + y_m^2) \sin y_m} \cdot \left[\frac{1}{A^2 + \omega^2 T^2} \{ A \sin(\omega T \tau + \phi) \right. \\ \left. - \omega T \cos(\omega T \tau + \phi) - (A \sin \phi - \omega T \cos \phi) e^{-A\tau} \} + \frac{S}{A} (1 - e^{-A\tau}) \right] \end{aligned} \quad (4-23)$$

b) $\tau > \tau_0$ の場合

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_B} = 2\tau e^{\alpha\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \{ \alpha \sin y_m (1-\lambda) + y_m \cos y_m (1-\lambda) \}}{(\alpha^2 + \alpha + y_m^2) \sin y_m} \left(\frac{e^{-A\tau}}{A^2 + \omega^2 T^2} [e^{A\tau_0} \{ A \sin(\omega T \tau_0 + \phi) \right. \\ \left. - \omega T \cos(\omega T \tau_0 + \phi) \} - (A \sin \phi - \omega T \cos \phi)] - \frac{e^{-A\tau}}{A} (e^{A\tau_0} - 1) S \right) \end{aligned} \quad (4-24)$$

ただし、

$$A = \{ (\alpha^2 + y_m^2) + \beta \} \tau \quad (4-25)$$

で、 $\alpha, \beta, \tau, \tau$ は次のような無次元数である。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\mu L}{2E_x}, \quad \beta = \frac{w_p}{H} (1-k) \frac{L^2}{E_x}, \quad \tau = \frac{E_x T}{L^2} \\ \lambda &= \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t}{T} \end{aligned} \right\} \quad (4-26)$$

ここに、 L は沈殿池の長さ、 T は理論滞留時間、 λ, τ はそれぞれ無次元流下距離、無次元時間である。式 (4-23) により池内の濃度分布の時間的な変化の 1 例を、濃度 C/C_B 、時間 τ 、流下距離 λ によって

形成される $(C/C_B - \tau - \lambda)$ - 空間に図示すれば Fig. 4-13. のようになる。

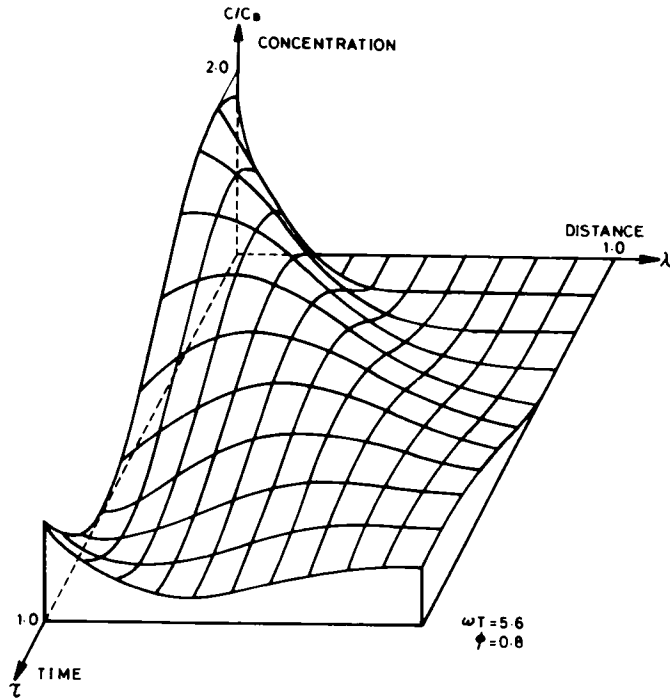


Fig. 4-13. Distribution of Sediment concentration in $(C/C_B - \tau - \lambda)$ - Space

4-3-2 非定常特性の数値実験による解析

流入水の濃度変動を正弦波的に表現した場合の沈殿池内および出口における濃度変動の解析例を示す。流入水の濃度変動が持続する場合を対象とするので式 (4-23) を用いて解析を行なう。以下に順次、流入水濃度変動の角周波数 ω 、再浮上パラメータ k 、流入流量 Q 、水深 H 、池長 L 、粒子沈降速度 w_p の影響について考察する。

(1) 角周波数 ω の影響

再浮上パラメータ $k=0$ に対して流入水濃度変動の角周波数 $\omega=0.1 \text{ rad/sec}$, 0.05 rad/sec , 位相角 $\phi=0.8 \text{ rad}$ の場合について無次元時間 τ をパラメータとして池内の濃度分布を図示すると Fig. 4-14. (A: $\omega=0.1 \text{ rad/sec}$, B: $\omega=0.05 \text{ rad/sec}$) のようになる。縦軸は入口濃度変動の振幅 C_B による無次元濃度 C/C_B で、横軸は池長 L による無次元流下距離 λ である。また出口 ($\lambda=1.0$) における濃度変動を入口における濃度変動と対比して示したものが Fig. 4-15. (A: $\omega=0.1 \text{ rad/sec}$, B: $\omega=0.05 \text{ rad/sec}$) である。縦軸は無次元濃度 C/C_B 、横軸は無次元時間 τ である。周波数 ω の小さい方が池内の濃度分布は大きく波っており、出口における濃度変動も振幅が大きい。この事実は沈殿池では沈殿現象による濃度 (濁度) の除去の他に、流入水の負荷変動を平滑して、よりゆるやかな変動に低減せしめるという、変動に対するダンパー (damper) としての役目が存在するという観点から見ても興味ある点と思われる。

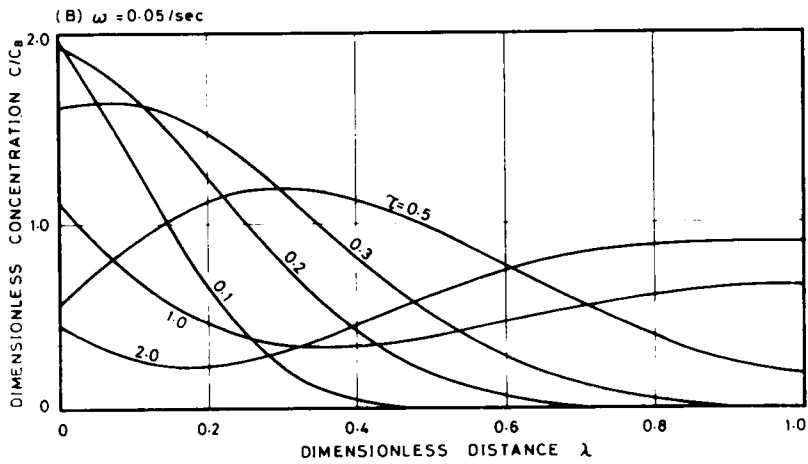
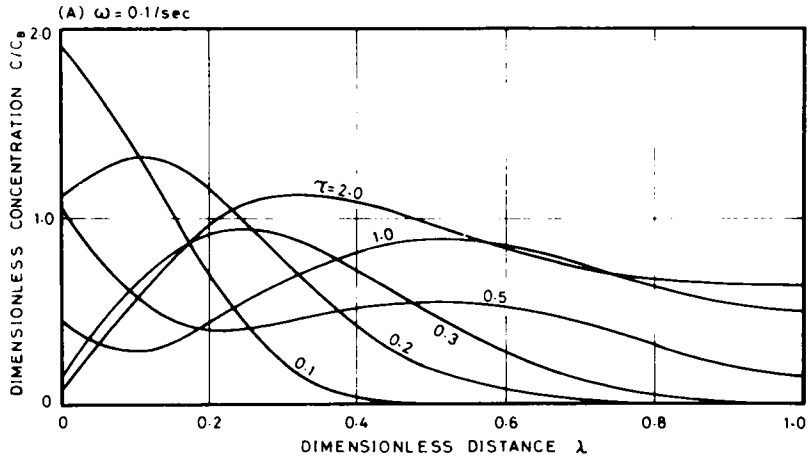
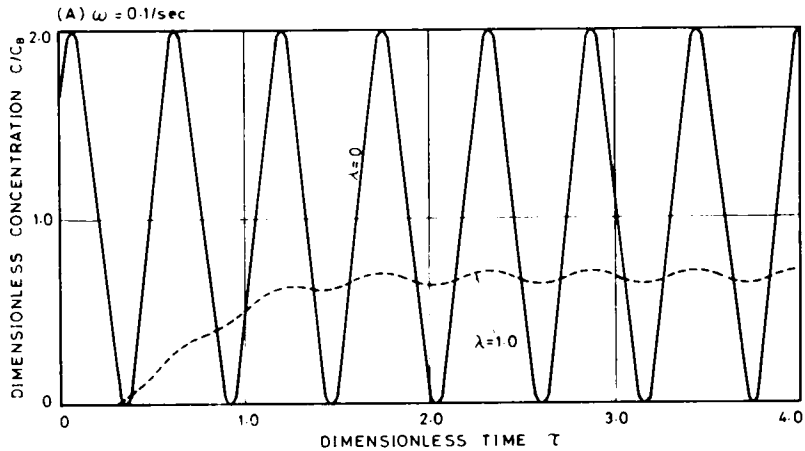


Fig. 4-14. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (1) ($Q=100\text{ cc/sec}$, $w_p=0.026\text{ cm/sec}$, $B=20\text{ cm}$, $L=80\text{ cm}$, $H=7\text{ cm}$, $k=0$, $\phi=0.8\text{ rad}$)



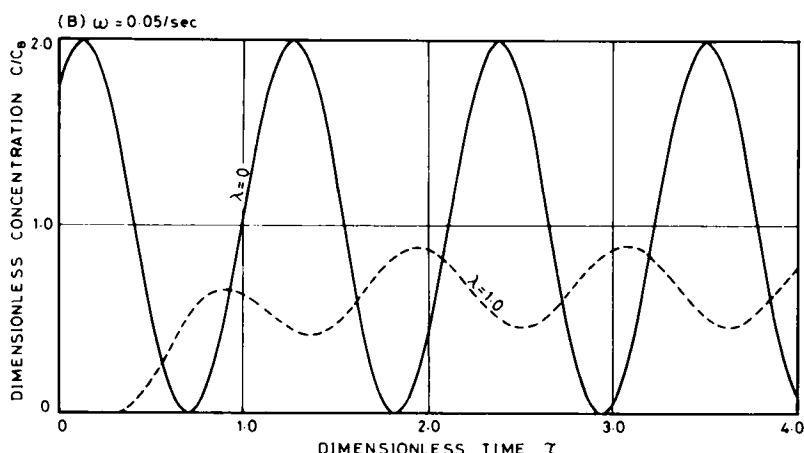


Fig. 4-15. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (1) ($Q=100 \text{ cc/sec}$, $w_p=0.026 \text{ cm/sec}$, $B=20 \text{ cm}$, $L=80 \text{ cm}$, $H=7 \text{ cm}$, $k=0$, $\phi=0.8 \text{ rad}$)

Fig. 4-15. に見られるごとく、周波数が大きいほど、すなわち変動の周期の短い高周波側の方がより大きく平滑されることがわかる。この結果は後述する周波数応答による解析の結果とも一致し、濃度分布式が妥当なものであることを裏付けているものと考えられる。

(2) 再浮上パラメー k の影響

沈殿池底面からの沈殿物の再浮上現象は池内の濃度を高めるから沈殿除去効率は当然低下するが、濃度の時間的変動にいかなる影響を与えるであろうか。4-2 で過渡特性を調べた結果では濃度が定常値に達するのを遅らせる作用があった。流入水濃度が正弦波的な変動を行なった場合の沈殿池出口濃度の変動についても、出口における変動の振幅、位相等も濃度分式 (4-17), (4-18) などから推察すると再浮上パラメータ k の変化とともに変ることが予想される。 $k=0, 0.5, 1.0$ の場合について沈殿池内の濃度分布の様子を無次元時間 τ をパラメータにして、縦軸に無次元濃度 C/C_B 、横軸に無次元流下距離 λ をとり図示すると Fig. 4-16. のようになる。Fig. 4-16. では τ の小さい間、すなわち経過時間の短い間は再浮上パラメータ k の値による濃度分布の差異は殆ど見られない。しかし、 τ が大きくなるにつれて濃度分布の差異ははっきりしてくる。また出口に近づくほどその差は大きくなっていく。出口濃度の変化を再浮上パラメータ k を種々かえて流入水の濃度変動と対比させて図示すると Fig. 4-17. のようになる。再浮上パラメータ k が大なるほど出口濃度は全体に高くなるということの他に、出口濃度の変動の振幅も大きくなるようである。このことは再浮上現象は出口濃度そのものを高めるという悪影響の他に、さらに、出口濃度の変動をも大きくするという悪影響を備えていることを意味する。すなわち、沈殿物の再浮上現象は沈殿池の操作という面についても好ましくないものであるといえよう。また出口濃度変動の山と入口濃度変動の山とを見れば、再浮上パラメータ k が大なるほど、わずかではあるが、ずれの大きくなるのが見られるが、これは位相のずれが大きくなることを示している。

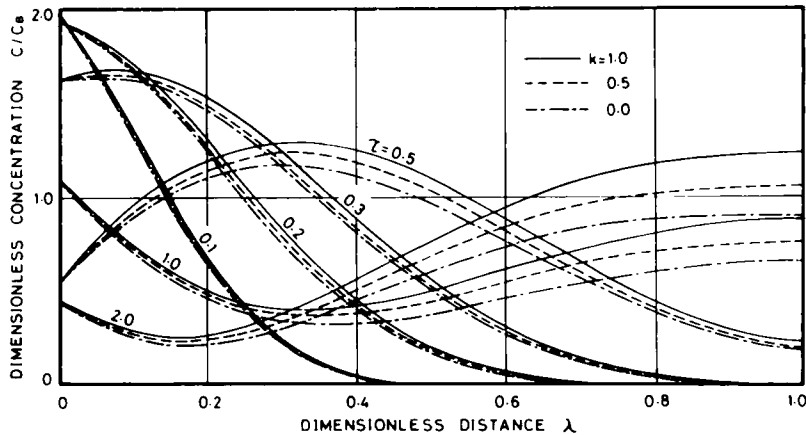


Fig. 4-16. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (2) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.8\text{rad}$)

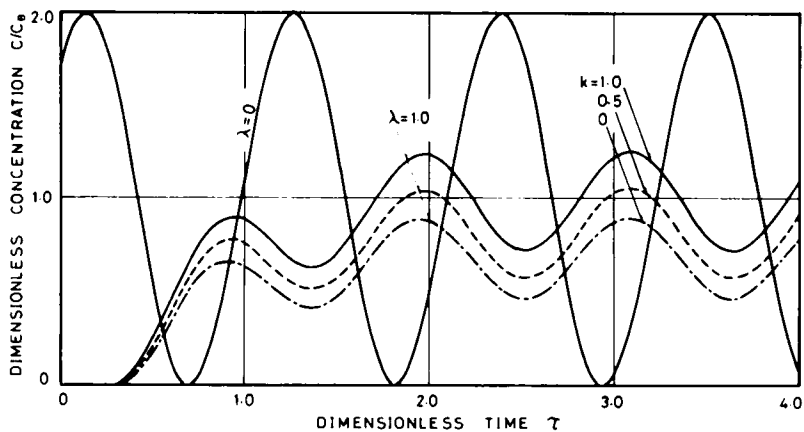


Fig. 4-17. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (2) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.8\text{rad}$)

(3) 流入流量 Q の影響

流入水の流量が変化した場合の例として $Q=400$, 200 , 50cc/sec について池内濃度分布の時間的変化を τ をパラメータとして図示すると、それぞれ Fig. 4-18. の A, B, C のようになる (いずれも $k=0$, $\omega=0.05\text{rad/sec}$, $\phi=0.8\text{rad}$)。また出口における濃度変化の様子はそれぞれ Fig. 4-19. の A, B, C のようになる。出口濃度の変動は流量が大きいほど大きく、流入水の変動が平滑されにくいことを示している。また濃度自身の最大値も流量が大きいほど高い値となっている。いずれの場合も角周波数 ω は一定で、流量 Q が大なるほど、理論滞留時間 T は小さくなるから ωT は小さくなる。 ωT が小さいほど同じ無次元時間の間に含まれる波数は少なくなっている。

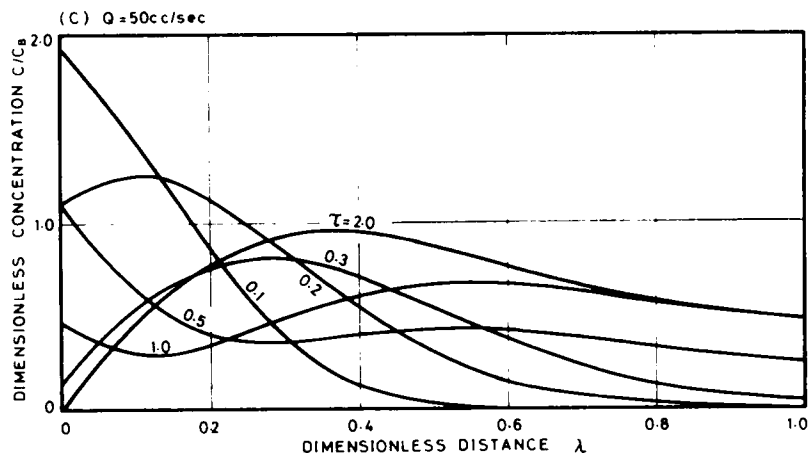
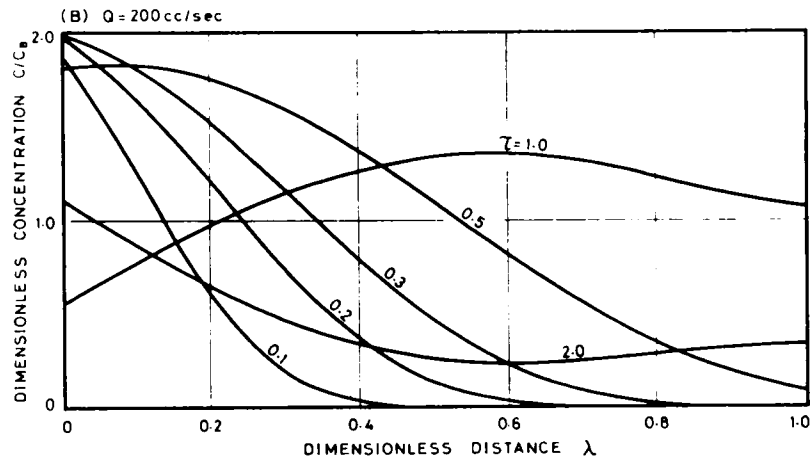
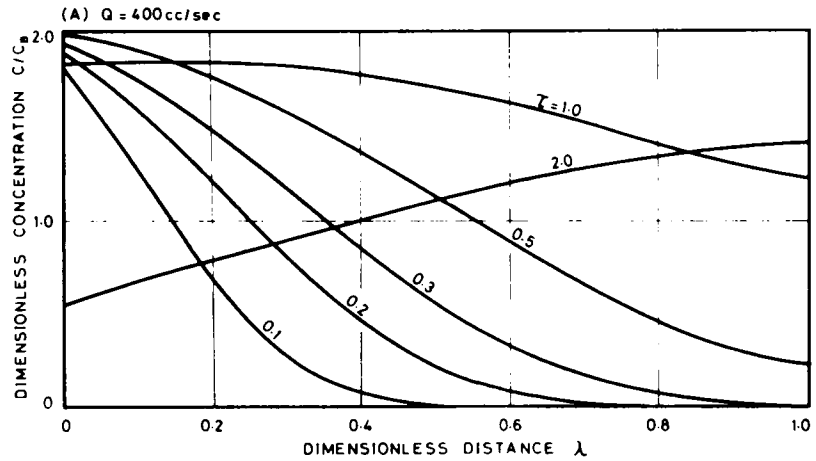


Fig. 4-18. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (3) ($B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $k=0$, $\omega=0.05\text{/sec}$, $\phi=0.8\text{rad}$)

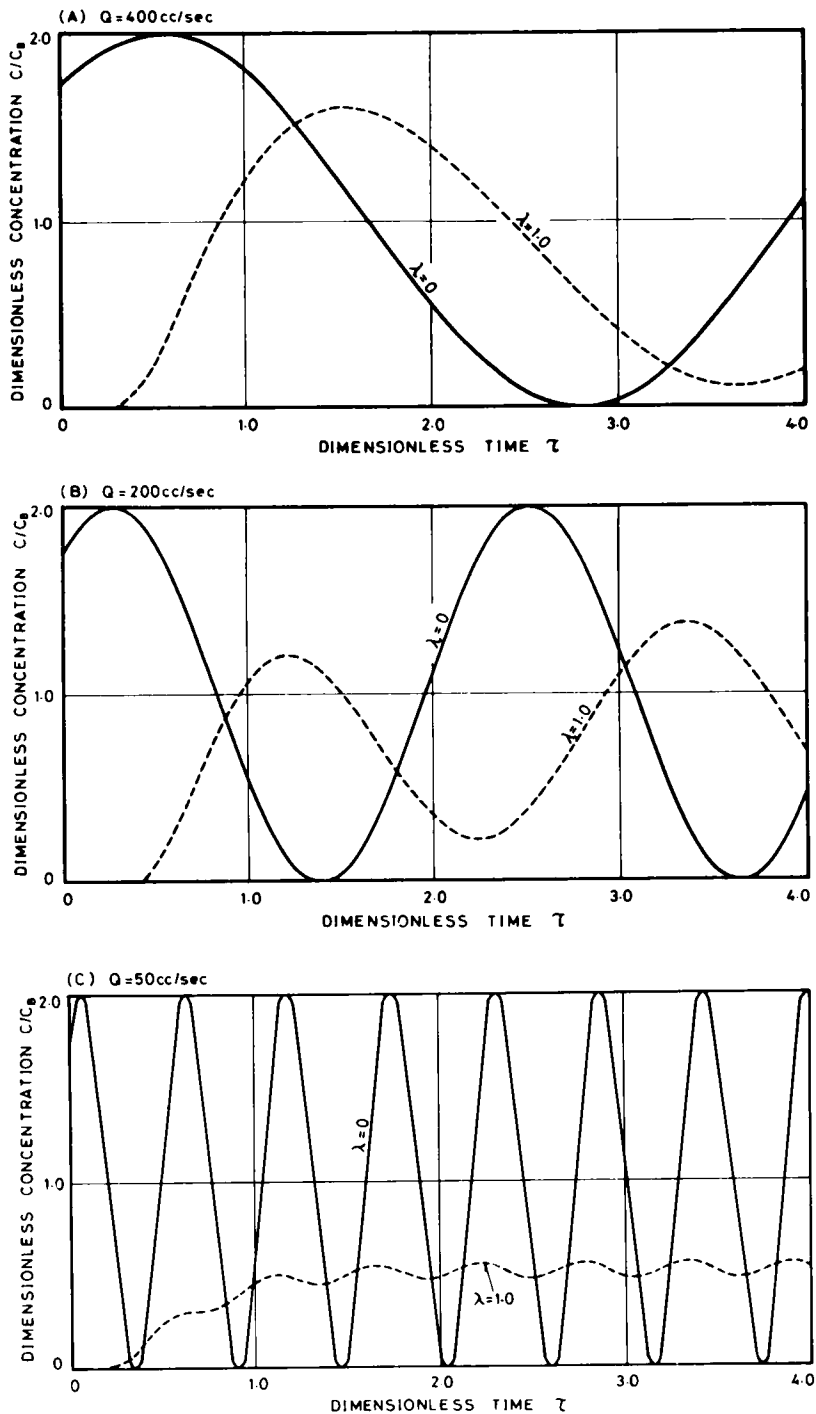


Fig. 4-19. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (3) ($B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $k=0$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.08\text{rad}$)

(4) 水深 H の影響

水深が $H=5, 10\text{ cm}$ の場合について、沈殿池内の濃度分布の時間的変化を図示するとそれぞれ Fig. 4-20. の A, B のようになる。また入口の濃度変動と出口の濃度変動とを対比させて示すと Fig. 4-21. の A ($H=5\text{ cm}$), B ($H=10\text{ cm}$) のようになる。浅い方が出口の濃度変動は大きいけれども位相の遅れは小さい。流量が一定であるから水深の小さい方が ωT は小さくなるからであるが ($H=5\text{ cm}$ の場合は $\omega T=4.0$, $H=10\text{ cm}$ の場合は $\omega T=8.0$)、このことは周波数応答でも確かめられる。沈殿物の底面からの再浮上を押えるという観点から浅くできる水深には限界が存在したが、出口の濃度変動を所定の範囲内に押えるという点からも水深を小さくすることのできる限界が存在することを示すものと思われる。

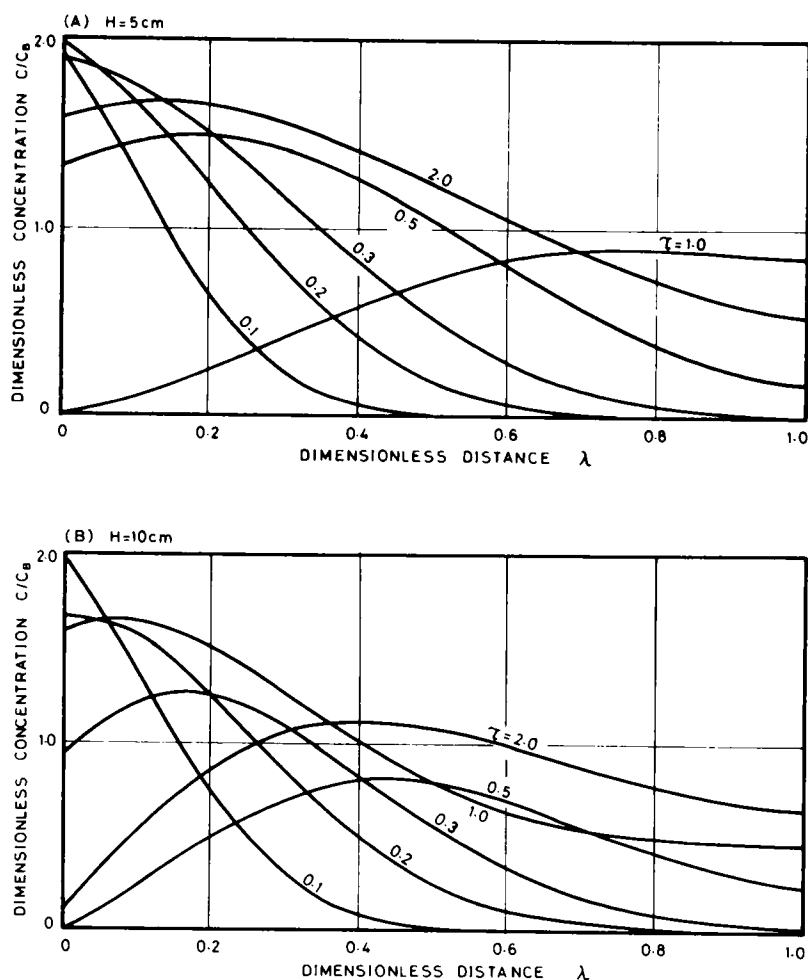


Fig. 4-20. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (4) ($Q=100\text{ cc/sec}$, $B=20\text{ cm}$, $L=80\text{ cm}$, $w_p=0.026\text{ cm/sec}$, $k=0$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.8\text{ rad}$)

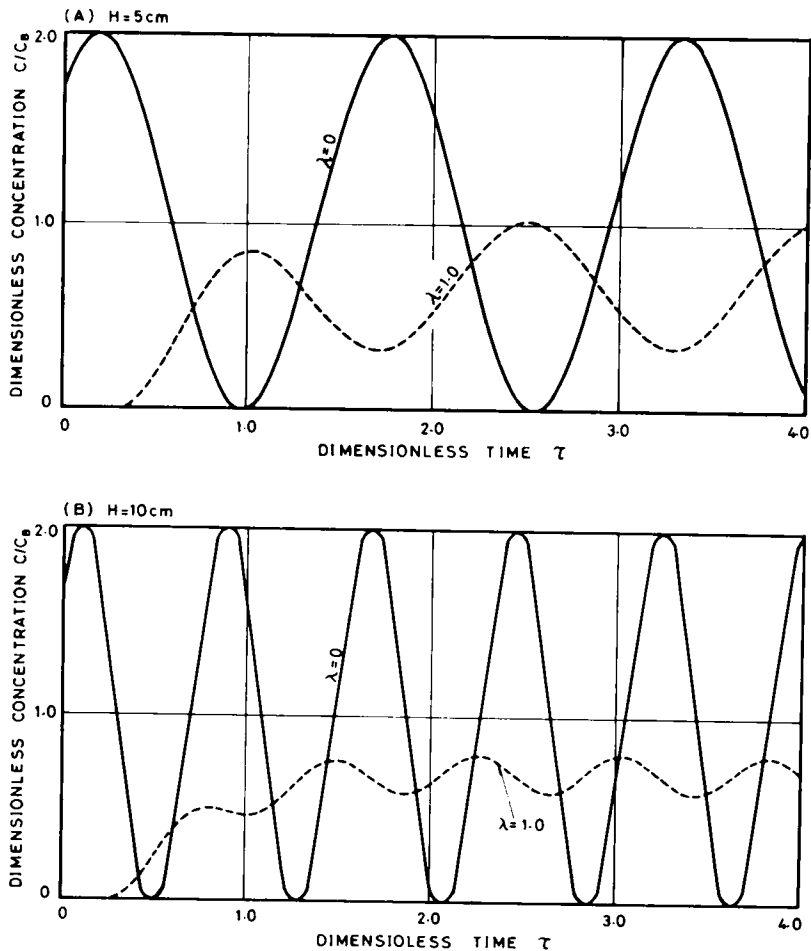


Fig. 4-21. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (4) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $k=0$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.8$ red)

(5) 池長 L の影響

L の短いものの例として、 $L=10\text{cm}$ の場合の池内濃度の時間的変動と出口濃度の時間的変動とを図示すると Fig. 4-22 および Fig. 4-23. のようになる。長さ以外の条件が同一であれば、短いものは長いものに比べて滞留時間が短くなるから、入口の濃度変動はあまり変化を受けずに出口の濃度変動となって現われることが予想されるが Fig. 4-23. の濃度変動の振幅も入口と出口とであまり変わらず、また入口と出口の変動の山と山とは接近しており、位相のおくれも小さいことが確かめられる。また経過時間が $\tau=1.0 \sim 2.0$ 程度になると池内の濃度分布曲線は殆ど水平となり、入口と出口とでの濃度差の小さいことを示している。周波数応答の結果においてもこの様子がみられる。

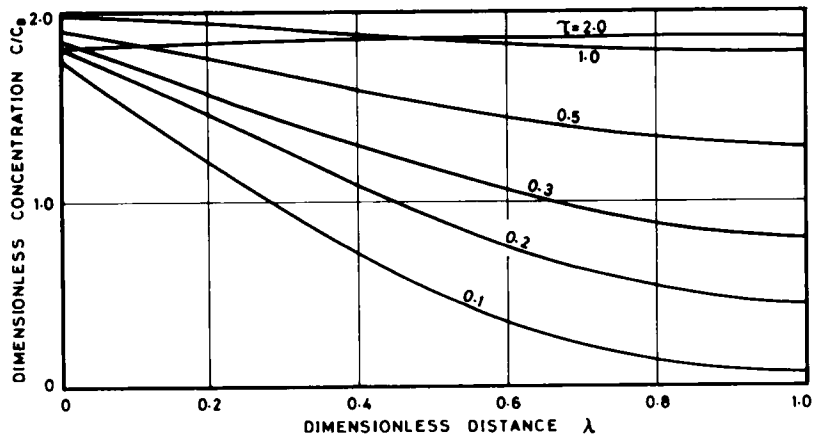


Fig. 4-22. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (5) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=10\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $k=0$, $\omega=0.5/\text{sec}$, $\phi=0.8\text{rad}$)

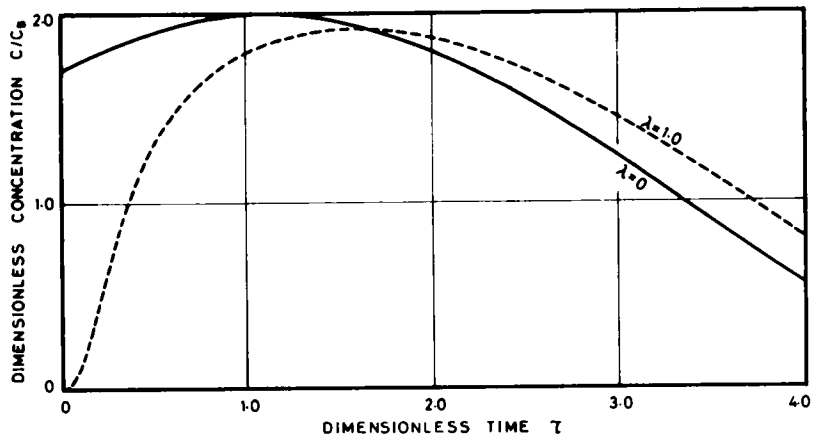


Fig. 4-23. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (5) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=10\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $k=0$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.8\text{rad}$)

(6) 粒子沈降速度 w_p の影響

粒子沈降速度が $w_p = 0.005, 0.05, 0.1\text{cm/sec}$ の場合の池内濃度分布の時間的変動はそれぞれ Fig. 4-24. の A, B, C のようになる。粒子沈降速度 w_p が大きいほど池内の濃度変動は小さく、濃度も全般に低くなっている。また出口における濃度変動の様子を入口の濃度変動と対応させて示すと Fig. 4-25. のようになる。粒子沈降速度 w_p の増大とともに出口濃度は低下しているが、さらに w_p の増大とともに濃度変動の振幅および位相の遅れも小さくなることを示している。沈殿池においては粒子沈降速度が大きいほど除去効率が高められるという結果の他に、濃度変動をも減少せしめるという処理操作上も有利な条件となることを示すものと思われる。

なお、以上の解析における種々の流量 Q 、再浮上パラメータ k 、水深 H 、長さ L などと無次元数 α, β, τ などとの関係は Table 4-5. に示すとおりである。

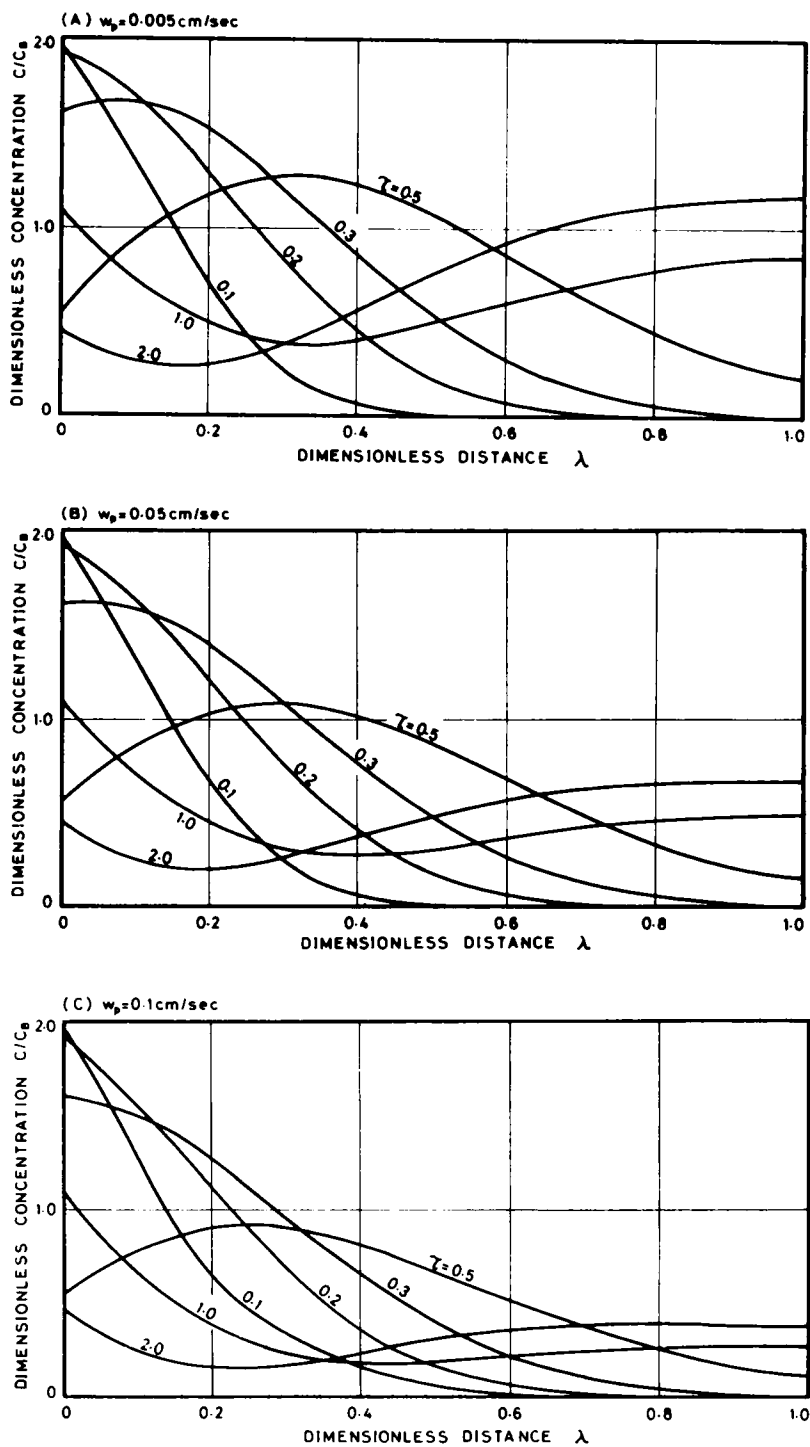


Fig. 4-24. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (6) ($Q=100 \text{ cc/sec}$, $B=20 \text{ cm}$, $L=80 \text{ cm}$, $H=7 \text{ cm}$, $k=0$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.8 \text{ rad}$)

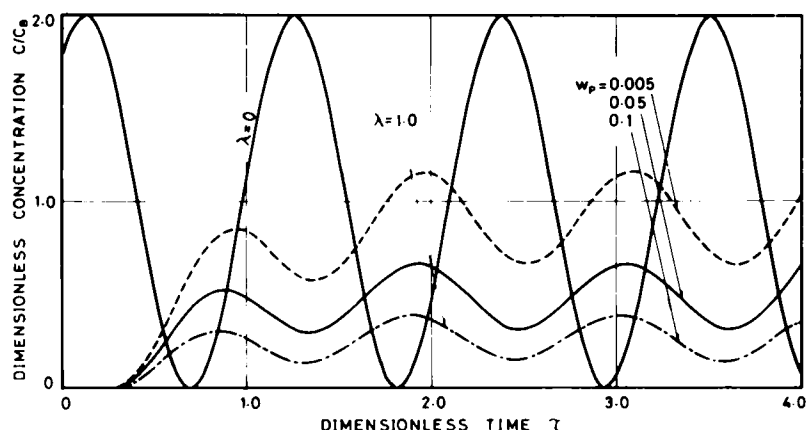


Fig. 4-25. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (6) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $k=0$, $\omega=0.05/\text{sec}$, $\phi=0.8\text{rad}$)

Table 4-5. Variations of Dimensionless Numbers (α , β , γ) with values of Q , H , L , and w_p

(1) In the Case of Changing Flow Rate Q ($B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$)

Q (cc/sec)	k (-)	Ex (cm ² /sec)	T (sec)	α (-)	β (-)	γ (-)
50	0	4.620	2.24×10^2	3.092	5.145	1.617×10^{-1}
"	0.1	"	"	"	4.631	"
"	0.3	"	"	"	3.602	"
"	0.5	"	"	"	2.573	"
"	0.7	"	"	"	1.544	"
"	1.0	"	"	"	0.0	"
100	0	5.946	1.12×10^2	4.805	3.998	1.040×10^{-1}
"	0.1	"	"	"	3.598	"
"	0.3	"	"	"	2.799	"
"	0.5	"	"	"	1.999	"
"	0.7	"	"	"	1.199	"
"	1.0	"	"	"	0.0	"
200	0	9.847	5.60×10	5.803	2.414	8.616×10^{-2}
"	0.1	"	"	"	2.173	"
"	0.3	"	"	"	1.690	"
"	0.5	"	"	"	1.207	"
"	0.7	"	"	"	7.242×10^{-1}	"
"	1.0	"	"	"	0.0	"

(2) In the Case of Changing Depth H ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$)

H (cm)	k (-)	Ex (cm ² /sec)	T (sec)	α (-)	β (-)	γ (-)
5	0	8.280	8.00×10	4.831	4.019	1.035×10^{-1}
10	0	4.824	1.60×10^2	4.146	3.449	1.206×10^{-1}
20	0	3.985	3.20×10^2	2.509	2.088	1.993×10^{-1}

(3) In the Case of Changing Length L ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$)

L (cm)	k (-)	Ex (cm ² /sec)	T (sec)	α (-)	β (-)	γ (-)
10	0	5.946	1.40×10	6.007×10^{-1}	6.247×10^{-2}	8.324×10^{-1}
50	0	"	7.00×10	3.003	1.562	1.665×10^{-1}
200	0	"	2.80×10^2	1.201×10	2.499×10	4.162×10^{-2}

(4) In the Case of Changing Fall Velocity w_p ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$)

w_p (cm/sec)	k (-)	Ex (cm ² /sec)	T (sec)	α (-)	β (-)	γ (-)
0.005	0	5.946	1.12×10^2	4.805	7.689×10^{-1}	1.040×10^{-1}
0.01	0	"	"	"	1.538	"
0.05	0	"	"	"	7.689	"
0.1	0	"	"	"	1.538×10	"

4-4 1次元モデルの伝達関数による周波数応答³⁾

4-4-1 伝達関数と利得および位相のずれ

矩形沈殿池の濃度分布の時間的変動は 4-3 において示したごとく基礎方程式 (4-13) を初期条件 (4-14), 境界条件 (4-15) のもとに解いて得られる式 (4-17), (4-18) によって与えられる。これらの式は $t \geq 0$ の範囲の濃度分布を与えるものであるが, 時間 t が十分大となれば, たとえば入口濃度が式 (4-22) のような正弦波の変動をし, かつ変動が定常的に持続する場合には式 (4-23) において $\tau \rightarrow \infty$ とすれば, 定常的な沈殿池の出口濃度の変動を与える式が得られる。すなわち

$$\frac{C}{C_B} = 2\tau e^{\alpha\mu} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{y_m^2 \{ \alpha \sin y_m (1-\lambda) + y_m \cos y_m (1-\lambda) \}}{(\alpha^2 + \alpha + y_m^2) \sin y_m} \left[\frac{1}{A^2 + \omega^2 T^2} \{ A \sin(\omega T \tau + \phi) - \omega T \cos(\omega T \tau + \phi) \} + \frac{S}{A} \right] \quad (4-27)$$

が式 (4-23) の定常状態での濃度分布式となる。この式の形より入口濃度が正弦波的に変動した場合, 出口 ($\lambda = 1.0$) における濃度変動も入口と同じ周波数をもつ正弦波の変動をすることが予想される。したがって出口における濃度の定常的な変動の様子は, その振幅および位相のずれを知れば大体の様子は把握することができる。ところで, この定常状態における出口濃度の変動の振幅および位相のずれは式 (4-27) を計算しなくても, 伝達関数の概念を用いれば求めることができる。³⁾ 基礎方程式 (4-13) および境界条件 (4-15) を Laplace 変換すると, それぞれ次のようになる ($0 \leq t \leq T_0$)。

$$pC^p + u \frac{dC^p}{dx} + \frac{w_p}{H} (1-k) C^p = E_x \frac{d^2 C^p}{dx^2} \quad (4-28)$$

$$\left. \begin{array}{ll} x=0 & \text{で} \quad C^p = C_B f^p(p) \\ x=L & \text{で} \quad \frac{\partial C^p}{\partial x} = 0 \end{array} \right\} \quad (4-29)$$

ただし, C^p は濃度 C を Laplace 変換したもので次式で与えられる。

$$C^p(x, p) = \int_0^\infty C(x, t) e^{-pt} dt \quad (4-30)$$

式 (4-28) を式 (4-29) の境界条件のもとに解くと,

$$C^p = \frac{C_B f^p(p) e^{\mu x} \{ \mu \sinh \nu (L-x) + \nu \cosh \nu (L-x) \}}{\mu \sinh \nu L + \mu \cosh \nu L} \quad (4-31)$$

が得られる。伝達関数を $D(p)$ とすると伝達関数は出力を入力で割れば得られるから, $x=L$ として

$$D(p) = \frac{\nu e^{\mu L}}{\mu \sinh \nu L + \mu \cosh \nu L} \quad (4-32)$$

である。出口濃度変動（出力）の振幅と入口濃度変動（入力）の振幅との比 Gain および位相のずれ Phase Shift は $D(p)$ を用いて次のように与えられる。Gain を G , Phase Shift を Φ とすると、

$$G = |D(j\omega)| = \{R_e^2[D(j\omega)] + I_m^2[D(j\omega)]\}^{1/2} \quad (4-33)$$

$$\Phi = \arctan \left\{ \frac{I_m[D(j\omega)]}{R_e[D(j\omega)]} \right\} \quad (4-34)$$

ただし、 $I_m[D(j\omega)]$, $R_e[D(j\omega)]$ はそれぞれ $D(j\omega)$ の虚数部と実数部を表わす。また ω は入口における濃度変動の周波数で、 j は虚数単位 $\sqrt{-1}$ である。ここで、

$$\nu = \left\{ \left(\frac{u^2}{4E_x^2} + \frac{G}{E_x} \right) + \frac{P}{E_x} \right\}^{1/2} = (a + bp)^{1/2} \quad (4-35)$$

$$\left. \begin{aligned} r &= (a^2 + b^2)^{1/2} \\ \phi &= \arctan \left(\frac{b\omega}{a} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4-36)$$

とおき、 $p = j\omega$ を式 (4-32) に代入して $D(j\omega)$ の実数部 $R_e[D(j\omega)]$ と虚数部 $I_m[D(j\omega)]$ とを求めるとそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} R_e[D(j\omega)] &= [e^{\mu L} r^{1/2} \cos \frac{\phi}{2} \{ \mu \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) + r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \\ &\times \cos \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) - r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \} + e^{\mu L} r^{1/2} \sin \frac{\phi}{2} \\ &\times \{ \mu \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) + r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \\ &+ r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \}] / [\{ \mu \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \\ &+ r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) - r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \}^2 \\ &+ \{ \mu \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) + r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \\ &+ r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \}^2] \end{aligned} \quad (4-37)$$

$$\begin{aligned} I_m[D(j\omega)] &= [-e^{\mu L} r^{1/2} \cos \frac{\phi}{2} \{ \mu \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) + r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \\ &\times \sin \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) + r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \} + e^{\mu L} r^{1/2} \sin \frac{\phi}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \{ \mu \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) + r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \\
& - r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \} / [\{ \mu \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \\
& + r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) - r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \}^2 \\
& + \{ \mu \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) + r^{1/2} \cosh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \sin \frac{\phi}{2} \cos(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \\
& + r^{1/2} \sinh(r^{1/2} L \cos \frac{\phi}{2}) \cos \frac{\phi}{2} \sin(r^{1/2} L \sin \frac{\phi}{2}) \}^2] \quad (4-38)
\end{aligned}$$

上述のように伝達関数 $D(p)$ に $p = j\omega$ を代入してその実数部 $R_e[D(j\omega)]$ および虚数部 $I_m[D(j\omega)]$ を算出すれば、入力に対する定常状態における出力の利得および位相のずれ等を知ることができる。しかし、これはあくまでも定常状態における値であって、非定常（過渡）状態における出力の全貌を知ることではできず、いずれにしても便宜的な解析方法である。このようないわゆる周波数応答による沈殿池の非定常特性の解析における限界は認識しておく必要があるものと思われる。

4-4-2 周波数応答による解析

伝達関数を用いれば式(4-37)、(4-38)を式(4-33)、(4-34)に代入することにより Gain G および Phase Shift ϕ が求められることを述べた。このようにして Gain および Phase Shift を求めた結果の一部を図示すると Fig. 4-26. ~ Fig. 4-29. のようになる。Fig. 4-26. および Fig. 4-27. は無次元数 ωT (ω : 周波数, T : 理論滞留時間) に対する Gain の変化の様子を示す。また Fig. 4-28. および Fig. 4-29. は無次元数 ωT に対する Phase Shift の変化を示すもので、負の符号は位相おくれを表わす。Fig. 4-26. および Fig. 4-28. は $Q = 50 \text{ cc/sec}$ の場合について再浮上パラメータ k を変えてプロットしたものであり、Fig. 4-27. および Fig. 4-29. は $Q = 100 \text{ cc/sec}$, $k = 0$ の場合について水深 H を変えてプロットしたものである。以下に再浮上パラメータ k と水深 H について、それらが Gain G および Phase Shift ϕ に与える影響について簡単に考察する。

(1) 再浮上パラメータ k の影響

Gain G については Fig. 4-26. より ωT の小さい側すなわち低周波領域では再浮上パラメータ k の値が大きいほど Gain が大きく、出口における濃度変動の減少幅が小さく平滑されにくいことを示し、また k の影響を相当受けることがわかる。しかし ωT の大きい高周波領域では k の値による Gain の差異は次第に小さくなり、 k の影響は小さくなる。これに対して Phase Shift ϕ は Fig. 4-28. に見られるごとく ωT の小さい低周波側では小さく、 ωT の大きい高周波側では大きい。しかし、その差異は全般に小さい。いずれにしても沈殿物の再浮上現象は濃度変動の平滑をさまたげるという好ましくない結果をもたらすようである。

(2) 水深 H の影響

Fig. 4-27. に見られるごとく水深 H が小さいほど Gain G は小さくなり、出口の濃度変動は減少するが、

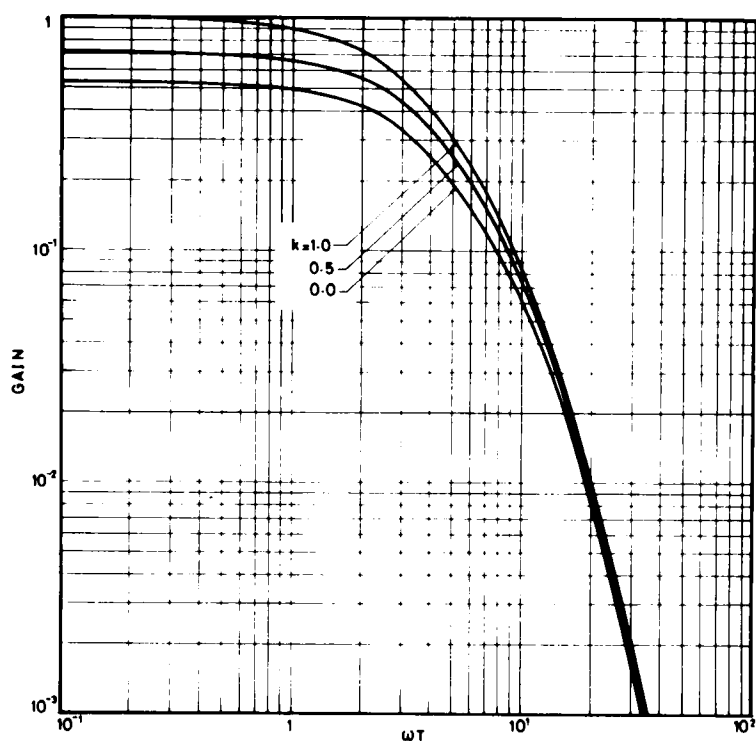


Fig. 4-26. Relations between Gain and ωT (1) ($Q=50$ cc/sec, $B=20$ cm, $L=80$ cm, $H=7$ cm, $w_p=0.026$ cm/sec)

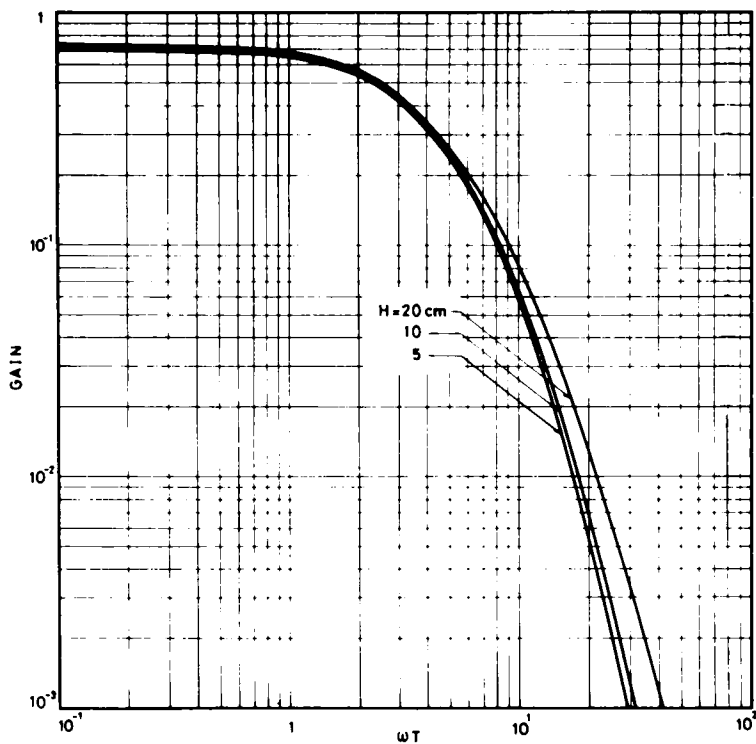


Fig. 4-27. Relation between Gain and ωT (2) ($Q=100$ cc/sec, $B=20$ cm, $L=80$ cm, $w_p=0.026$ cm/sec, $k=0$)

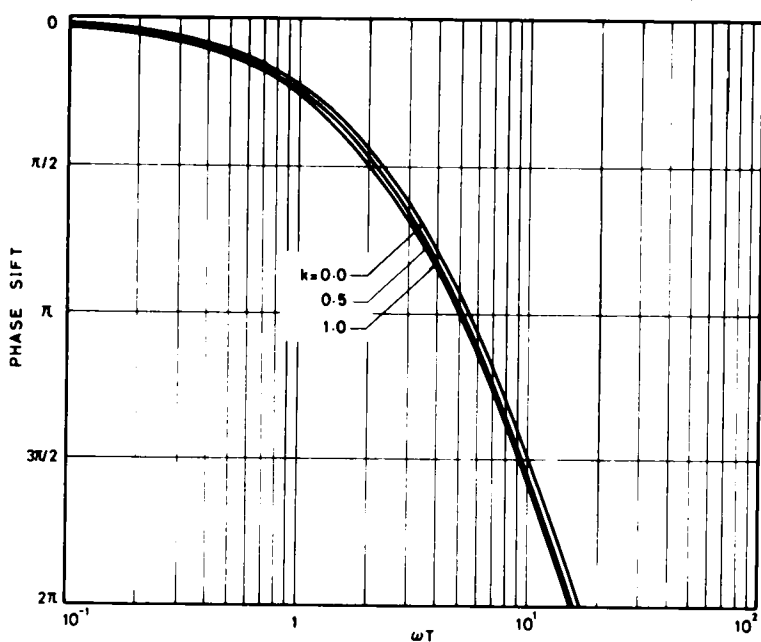


Fig. 4-28. Relations between Phase Shift and ωT (1) ($Q=50\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $H=7\text{cm}$)

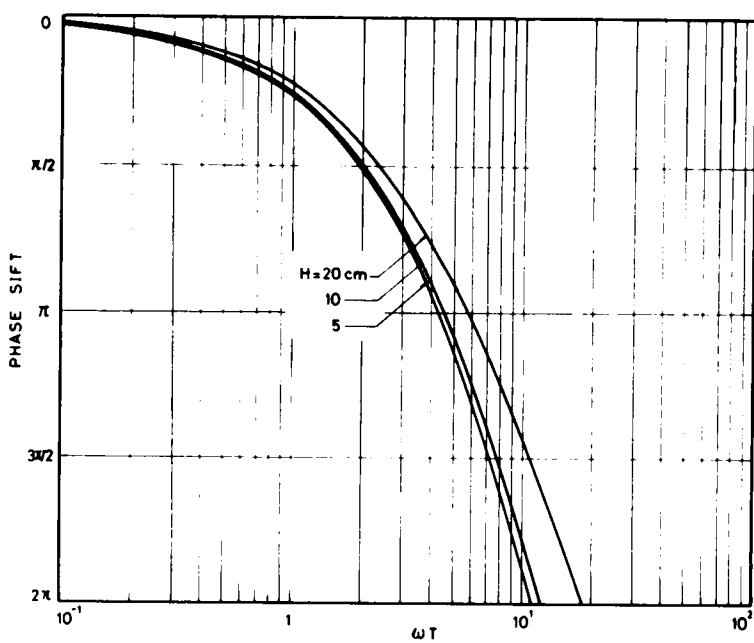


Fig. 4-29. Relations between Phase Shift and ωT (2) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$, $k=0$)

その違いは ωT の小さい低周波側では小さく、 ωT の大きい高周波側ほど大きくなる。Phase Shift ϕ についても Fig. 4-29. のように H が小さいほど大きい、 H の影響は高周波側ほど大きくなる。

なお、流量 Q 、池長 L 、粒子沈降速度 w_p をそれぞれ変化させた場合の ωT に対する Gain, Phase Shift の変化の様子はおおの Table 4-6., Table 4-7., Table 4-8. に示すようになる。

Table 4-6. Variations of Gain and Phase Shift with Flow Rate Q (1) ($B=20\text{cm}$, $L=80\text{cm}$, $l=7\text{cm}$, $w_p=0.026\text{cm/sec}$)

Q (cc/sec)	k (-)	ω (1/sec)	$\omega l'$ (-)	Gain (-)	Phase Shift (rad)	Q (cc/sec)	k (-)	ω (1/sec)	ωT (-)	Gain (-)	Phase Shift (rad)
50	0	1.00×10^{-4}	2.24×10^{-2}	5.368×10^{-1}	1.596×10^{-2}	"	"	5.00×10^{-2}	5.60×10^{-1}	8.149×10^{-1}	-4.828×10^{-1}
"	"	2.00×10^{-4}	4.48×10^{-2}	5.267×10^{-1}	3.192×10^{-2}	"	"	1.00×10^{-2}	1.12	7.659×10^{-1}	-9.545×10^{-1}
"	"	5.00×10^{-4}	4.12×10^{-1}	5.264×10^{-1}	7.978×10^{-2}	"	"	2.00×10^{-2}	2.24	6.154×10^{-1}	-1.835
"	"	1.00×10^{-3}	2.24×10^{-1}	5.252×10^{-1}	-1.595×10^{-1}	"	"	5.00×10^{-2}	5.60	2.354×10^{-1}	-3.925
"	"	2.00×10^{-3}	4.48×10^{-1}	5.206×10^{-1}	-3.183×10^{-1}	"	"	1.00×10^{-1}	1.12×10	3.245×10^{-3}	-6.475
"	"	5.00×10^{-3}	1.12	4.903×10^{-1}	7.840×10^{-1}	"	"	2.00×10^{-1}	2.24×10	4.672×10^{-2}	-1.260 $\times 10$
"	"	1.00×10^{-2}	2.24	4.071×10^{-1}	-1.504	100	1.0	1.00×10^{-3}	1.12×10^1	9.990×10^{-1}	-1.003 $\times 10^{-1}$
"	"	2.00×10^{-2}	4.48	2.417×10^{-1}	-2.695	"	"	5.00×10^{-3}	5.60×10^1	9.764×10^{-1}	-4.994 $\times 10^{-1}$
"	"	5.00×10^{-2}	1.12×10	4.877×10^{-2}	-5.118	"	"	1.00×10^{-2}	1.12	9.118×10^{-1}	-9.858 $\times 10^{-1}$
50	0.5	1.00×10^{-4}	2.24×10^{-2}	7.164×10^{-1}	-1.720×10^{-2}	"	"	2.00×10^{-2}	2.24	7.191×10^{-1}	-1.887
"	"	2.00×10^{-4}	4.48×10^{-2}	7.163×10^{-1}	-3.440×10^{-2}	"	"	5.00×10^{-2}	5.60	2.624×10^{-1}	-3.989
"	"	5.00×10^{-4}	1.12×10^{-1}	7.157×10^{-1}	-8.588×10^{-2}	"	"	1.00×10^{-1}	1.12×10	5.036×10^{-2}	-6.386
"	"	1.00×10^{-3}	2.24×10^{-1}	7.137×10^{-1}	-1.718×10^{-1}	"	"	2.00×10^{-1}	2.24×10	3.415×10^{-3}	-1.280 $\times 10$
"	"	2.00×10^{-3}	4.48×10^{-1}	7.059×10^{-1}	-3.427×10^{-1}	200	0	1.00×10^{-3}	5.60×10^2	8.291×10^{-1}	-4.967 $\times 10^{-2}$
"	"	5.00×10^{-3}	1.12	6.557×10^{-1}	-8.411×10^{-1}	"	"	2.00×10^{-3}	1.12×10^1	8.286×10^{-1}	-9.933 $\times 10^{-2}$
"	"	1.00×10^{-2}	2.24	5.255×10^{-1}	-1.995	"	"	5.00×10^{-3}	2.80×10^1	8.252×10^{-1}	-2.482 $\times 10^{-1}$
"	"	2.00×10^{-2}	4.48	2.937×10^{-1}	-2.803	"	"	1.00×10^{-2}	5.60×10^1	8.135×10^{-1}	-4.952 $\times 10^{-1}$
"	"	5.00×10^{-2}	1.12×10	5.497×10^{-2}	-5.211	"	"	2.00×10^{-2}	1.12	7.692×10^{-1}	-9.817 $\times 10^{-1}$
50	1.0	1.00×10^{-4}	2.24×10^{-2}	1.000	-1.879×10^{-2}	"	"	5.00×10^{-2}	2.80	5.495×10^{-1}	-2.331
"	"	2.00×10^{-4}	4.48×10^{-2}	9.998×10^{-1}	-3.757×10^{-2}	"	"	1.00×10^{-1}	5.60	2.430×10^{-1}	-4.161
"	"	5.00×10^{-4}	1.12×10^{-1}	9.988×10^{-1}	-9.390×10^{-2}	200	0.5	1.00×10^{-3}	5.60×10^2	9.098×10^{-1}	-5.040 $\times 10^{-2}$
"	"	1.00×10^{-3}	2.24×10^{-1}	9.952×10^{-1}	-1.876×10^{-1}	"	"	2.00×10^{-3}	1.12×10^1	9.093×10^{-1}	-1.008 $\times 10^{-1}$
"	"	2.00×10^{-3}	4.48×10^{-1}	9.809×10^{-1}	-3.737×10^{-1}	"	"	5.00×10^{-3}	2.80×10^1	9.054×10^{-1}	-2.518 $\times 10^{-1}$
"	"	5.00×10^{-3}	1.12	8.931×10^{-1}	-9.109×10^{-1}	"	"	1.00×10^{-2}	5.60×10^1	8.919×10^{-1}	-5.024 $\times 10^{-1}$
"	"	1.00×10^{-2}	2.24	6.838×10^{-1}	-1.700	"	"	2.00×10^{-2}	1.12	8.414×10^{-1}	-9.955 $\times 10^{-1}$
"	"	2.00×10^{-2}	4.48	3.569×10^{-1}	-2.920	"	"	5.00×10^{-2}	2.80	5.939×10^{-1}	-2.358
"	"	5.00×10^{-2}	1.12×10	6.189×10^{-2}	-5.306	"	"	1.00×10^{-1}	5.60	2.579×10^{-1}	-4.193
100	0	1.00×10^{-4}	1.12×10^{-1}	6.969×10^{-1}	-9.385×10^{-2}	200	1.0	1.00×10^{-3}	5.60×10^2	9.998×10^{-1}	-5.117 $\times 10^{-2}$
"	"	5.00×10^{-4}	5.60×10^{-1}	6.840×10^{-1}	-4.677×10^{-1}	"	"	2.00×10^{-3}	1.12×10^1	9.992×10^{-1}	-1.023 $\times 10^{-1}$
"	"	1.00×10^{-3}	1.12	6.463×10^{-1}	9.259×10^{-1}	"	"	5.00×10^{-3}	2.80×10^1	9.947×10^{-1}	-2.557 $\times 10^{-1}$
"	"	2.00×10^{-3}	2.24	5.281×10^{-1}	-1.788	"	"	1.00×10^{-2}	5.60×10^1	9.792×10^{-1}	-5.100 $\times 10^{-1}$
"	"	5.00×10^{-3}	4.48	2.111×10^{-1}	-3.863	"	"	2.00×10^{-2}	1.12	9.213×10^{-1}	-1.010
"	"	1.00×10^{-2}	1.12 $\times 10$	4.333×10^{-2}	-6.274	"	"	5.00×10^{-2}	2.80	6.422×10^{-1}	-2.386
"	"	2.00×10^{-2}	2.24×10	3.082×10^{-3}	-1.271 $\times 10$	"	"	1.00×10^{-1}	5.60	2.738×10^{-1}	-4.226
100	0.5	1.00×10^{-4}	1.12×10^{-1}	8.319×10^{-1}	-9.693×10^{-2}	"	"				

Table 4-7. Variations of Gain and Phase Shift with Length
 $L(2)$ ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $H=7\text{cm}$, $w_p=0.026$
 cm/sec)

L (cm)	k (-)	ω (1/sec)	ωT (-)	Gain (-)	Phase Shift (rad)
10	0	2.00×10^{-3}	2.80×10^{-2}	9.786×10^{-1}	1.156×10^{-2}
"	"	5.00×10^{-3}	7.00×10^{-2}	9.784×10^{-1}	2.890×10^{-2}
"	"	1.00×10^{-2}	1.40×10^{-1}	9.777×10^{-1}	-5.779×10^{-2}
"	"	2.00×10^{-2}	2.80×10^{-1}	9.750×10^{-1}	-1.154×10^{-1}
"	"	5.00×10^{-2}	7.00×10^{-1}	9.565×10^{-1}	2.859×10^{-1}
"	"	1.00×10^{-1}	1.40	8.980×10^{-1}	5.549×10^{-1}
"	"	2.00×10^{-1}	2.80	7.368×10^{-1}	-1.010
"	"	5.00×10^{-1}	7.00	3.879×10^{-1}	-1.883
"	"	1.00	1.40	1.740×10^{-1}	-2.773
50	0	5.00×10^{-4}	3.50×10^{-2}	8.100×10^{-1}	-2.755×10^{-2}
"	"	1.00×10^{-3}	7.00×10^{-2}	8.086×10^{-1}	-5.509×10^{-2}
"	"	2.00×10^{-3}	1.40×10^{-1}	8.088×10^{-1}	-1.101×10^{-1}
"	"	5.00×10^{-3}	3.50×10^{-1}	8.020×10^{-1}	-2.748×10^{-1}
"	"	1.00×10^{-2}	7.00×10^{-1}	7.788×10^{-1}	-5.453×10^{-1}
"	"	2.00×10^{-2}	1.40	6.992×10^{-1}	-1.060
"	"	5.00×10^{-2}	3.50	4.151×10^{-1}	-2.336
"	"	1.00×10^{-1}	7.00	1.612×10^{-1}	-3.845
"	"	2.00×10^{-1}	1.40	3.202×10^{-2}	-5.918
200	0	1.00×10^{-4}	2.80×10^{-2}	3.831×10^{-1}	2.490×10^{-2}
"	"	2.00×10^{-4}	5.60×10^{-2}	3.831×10^{-1}	4.979×10^{-2}
"	"	5.00×10^{-4}	1.40×10^{-1}	3.829×10^{-1}	1.245×10^{-1}
"	"	1.00×10^{-3}	2.80×10^{-1}	3.822×10^{-1}	2.489×10^{-1}
"	"	2.00×10^{-3}	5.60×10^{-1}	3.796×10^{-1}	4.976×10^{-1}
"	"	5.00×10^{-3}	1.40	3.617×10^{-1}	-1.239
"	"	1.00×10^{-2}	2.80	3.065×10^{-1}	-2.448
"	"	2.00×10^{-2}	5.60	1.718×10^{-1}	-4.695
"	"	5.00×10^{-2}	1.40	1.412×10^{-2}	9.971

Table 4-8. Variations of Gain and Phase Shift with Fall
Velocity w_p (3) ($Q=100\text{cc/sec}$, $B=20\text{cm}$, $L=$
 80cm , $H=7\text{cm}$)

w_p (cm/sec)	k (-)	ω (1/sec)	ωT (-)	Gain (-)	Phase Shift (rad)
0.005	0	2.00×10^{-4}	2.24×10^{-2}	9.312×10^{-1}	1.980×10^{-2}
"	"	5.00×10^{-4}	5.60×10^{-2}	9.311×10^{-1}	-4.950×10^{-2}
"	"	1.00×10^{-3}	1.12×10^{-1}	9.304×10^{-1}	-9.898×10^{-2}
"	"	2.00×10^{-3}	2.24×10^{-1}	9.278×10^{-1}	-1.979×10^{-1}
"	"	5.00×10^{-3}	5.60×10^{-1}	9.103×10^{-1}	-4.928×10^{-1}
"	"	1.00×10^{-2}	1.12	8.522×10^{-1}	-9.734×10^{-1}
"	"	2.00×10^{-2}	2.24	6.771×10^{-1}	-1.866
"	"	5.00×10^{-2}	5.60	2.517×10^{-1}	-3.964
"	"	1.00×10^{-1}	1.12	4.893×10^{-2}	-6.364
0.05	0	2.00×10^{-4}	2.24×10^{-2}	5.100×10^{-1}	1.778×10^{-2}
"	"	5.00×10^{-4}	5.60×10^{-2}	5.099×10^{-1}	4.445×10^{-2}
"	"	1.00×10^{-3}	1.12×10^{-1}	5.097×10^{-1}	-8.888×10^{-2}
"	"	2.00×10^{-3}	2.24×10^{-1}	5.086×10^{-1}	1.777×10^{-2}
"	"	5.00×10^{-3}	5.60×10^{-1}	5.016×10^{-1}	-4.432×10^{-1}
"	"	1.00×10^{-2}	1.12	4.779×10^{-1}	-8.791×10^{-1}
"	"	2.00×10^{-2}	2.24	4.007×10^{-1}	1.708
"	"	5.00×10^{-2}	5.60	1.727×10^{-1}	3.753
"	"	1.00×10^{-1}	1.12	3.768×10^{-2}	6.173
0.1	0	2.00×10^{-4}	2.24×10^{-2}	2.787×10^{-1}	1.613×10^{-2}
"	"	5.00×10^{-4}	5.60×10^{-2}	2.787×10^{-1}	4.033×10^{-2}
"	"	1.00×10^{-3}	1.12×10^{-1}	2.786×10^{-1}	-8.066×10^{-2}
"	"	2.00×10^{-3}	2.24×10^{-1}	2.782×10^{-1}	1.613×10^{-1}
"	"	5.00×10^{-3}	5.60×10^{-1}	2.753×10^{-1}	4.026×10^{-1}
"	"	1.00×10^{-2}	1.12	2.655×10^{-1}	8.006×10^{-1}
"	"	2.00×10^{-2}	2.24	2.316×10^{-1}	1.588
"	"	5.00×10^{-2}	5.60	1.140×10^{-1}	3.543
"	"	1.00×10^{-1}	1.12	2.810×10^{-2}	5.971

4-5 要 約

沈殿池の非定常特性を解析して得られた結果を要約すると次のようになる。

まず、流入水濃度がステップ関数的な変化をした場合の過渡状態の解析を行なったところ次のような結果が得られた。

1) 沈殿物の再浮上現象は沈殿池内の濃度分布が定常状態へ近づくのを遅らせる働きをする。すなわち沈殿物の再浮上が大きくなるほど、無次元時間 $\tau = 1.0$ における濃度の定常値への漸近度 C_1/C_∞ は小さくなり、濃度分布が定常値になるのに時間がかかる。

2) 最適水深においては出口濃度が定常状態へ近づく速さはおそいから沈殿池の操作にはこれを十分考慮する必要があるものと思われる。

3) 沈殿池内に濃度の変化が始まってからそれがほぼ定常状態とみなせるようになるには水理諸量によっても異なるであろうが、いわゆる理論滞留時間（池容積/処理流量）の程度の時間経過だけでは不十分であって少なくとも理論滞留時間の2倍程度の時間経過が必要であろう。

次に、流入水濃度が正弦波的に変動する場合の、沈殿池の非定常特性を解析して得られた結果を要約すると次のようになる。

1) 沈殿物の再浮上パラメータ k が大なるほど出口濃度は全体に高くなるが、さらに出口濃度の変動についても、その振幅は k が大なるほど大きくなる。すなわち沈殿物の再浮上現象は出口濃度そのものを高めるという好ましくない作用を有する他に、沈殿池の負荷変動に対するダンパー（damper）としての働きをも弱め、沈殿池の操作という面からも好ましくない結果をもたらすようである。また入口の変動とのずれも再浮上パラメータが大なるほど大きくなる。

2) 処理流量 Q が大なるほど濃度変動は平滑されにくい。

3) 流入水質の変動が頻繁なほど、すなわち周波数が高いほど変動は平滑されやすい。

4) 粒子沈降速度 w_p を増加せしめると、濃度自身が低下する他に、濃度変動の振幅も小さくなり操作上も都合が良いようである。

また、周波数応答により定常的な出口濃度の変動を把握できるが、その解析の結果を要約すると次のようになる。

1) 沈殿物の再浮上パラメータ k の影響は ωT の小さい領域で大きく、 ωT の大きい領域では小さい。

2) 水深 H の相異による Gain の違いは ωT の大きい領域にいくほど次第に増大し、濃度変動の平滑のされ方の違いは大きくなる。

3) 水深 H が増大するほど、位相のずれは大きくなるが、とくに ωT の大きい高周波領域で顕著である。

参 考 文 献

- 1) 高松武一郎・内藤正明・芝 定孝：矩形沈殿池の過渡特性について，土木学会論文報告集，第193号，1971年9月，pp.49～58．

- 2) 高井宏幸・長谷川健介：ラプラス変換入門，丸善，東京，昭和39年7月，p.57，p.41.
- 3) 高松武一郎・井上頼輝・芝 定孝・上田育世：矩形沈殿池の非定常特性に関する研究，土木学会論文報告集，第197号，1972年1月，pp.43～55.
- 4) David M.Himmelblau and Kenneth B.Bischoff, "Process Analysis and Simulation-Deterministic Systems," Jhon Wiley & Sons, N.Y., 1968, pp.118～122.
- 5) パボリス，A.：応用フーリエ積分，オーム社，東京，昭和46年4月.
- 6) 田井慎吾：下水処理場流入水量・水質変化の調和解析，用水と廃水，Vol.7, №4，1965年4月，pp.28～33.
- 7) 奥野長晴：下水処理場流入出水質変動のスペクトル解析，下水道協会誌，Vol.8, №88，1971年9月，pp.32～40.

第 5 章 沈殿池の非定常操作

5-1 概 説

沈殿池が連続的に運転されている場合に流入してくる原水の水量および浮遊物質の濃度は変動の振幅に大小はあっても絶えず変動しており決して一定の状態を保ってはいない。沈殿池を建設する前の設計段階において、このような流入条件の時間的な変動をあらかじめ考慮すべきことは言うまでもないが、たとえ設計において不備があっても、このような流入水条件の時間的な変動に応じて沈殿池を適切に操作すれば、設計段階での不備は補えるであろうし、また沈殿池の設計において考慮されていれば、これに更に操作を加えて、一層効果的な水処理を行ない得ることが期待できるものと思われる。沈殿池の操作の対象となる要因（操作変数）としては流入水および流出水の両方に関して考えられるが、流入条件は与えられたものとして、本章では流出水の操作についてのみに検討を加える。このように流入水の変動とは独立して流出水流量の操作を行なうことは、いいかえると可変容量型の沈殿池操作に基づいているとも言えよう。また、いかなる操作でも操作を行なった場合にはその操作によってもたらされる結果を検討し、目的に従ってそれを評価しなければならない。本章ではこれを沈殿池流出水中の浮遊物質の濃度と沈殿池において流体（処理の対象となる水）の占める体積（貯水容量）とを操作によって変化する状態を示す変数として操作の評価に用いた。この場合、操作の評価は非定常状態における沈殿池流出水中の浮遊物質濃度あるいは沈殿池貯水容積について行なわねばならないので、その算定の基礎となる濃度の予測は非定常モデルを用いるべきことは当然である。ところで沈殿池流出水の濃度に影響を与える水深、流速、乱れの状態などは流入水流量あるいは流出水流量の変動とともに時々刻々変動するものであるが、これらを濃度予測にもち込むことは非常に困難である。特にこれを時間的および場所的に変化するとした分布系モデルで取り扱うには、たとえ線形システムであっても数学的な解析において大変むずかしい。したがって非定常操作を行なうに当っては流出水の濃度あるいは沈殿池の貯水容積を予測するための沈殿池モデルにいかなるものを用いるかが1つの重要な問題となってくる。現状においては、我々が数式的な解析上の制約から微視的な分布系の定常モデルを用いるか巨視的な集中系の非定常モデルを用いるかの二者択一的立場におかれているならば、モデルが対象とするプロセスおよび目的からみて、いずれを用いるかを適切に判断せねばならない。沈殿池流入水の条件が非定常で時間的に変動し、かつ操作を目的としている場合において場所的により厳密（微視的）な定常モデルを用いるべきか、あるいは巨視的な非定常モデルを用いるべきかという選択に対しては必然的に後者をとらざるを得ないであろう。というのは、仮りに厳密な定常モデルを用いて、多大の努力を払った結果うまく厳密な濃度あるいは貯水容積などを予測し得たとしても、非定常な状態変化を無視して定常状態としてしまっている点においてすでに合目的な厳密さを失ってしまっているからである。非定常な流入水条件の変化を考慮して、より簡単な非定常モデルで合目的かつ実質的な厳密さを求める方が上策と言えよう。そこで本章では非定常な操作という目的にかんがみ、沈殿池内濃度について場所的に集中化した集中系モデルで記述し、独立変数は時間のみとし、そのかわりに基礎方程式の係数に

については時間に関する変係数を有する線形システムとして取り扱うことにする。また、本モデルでは他の章と同様に沈殿池底面からの沈殿物の再浮上を加味している。このような非定常モデルを用いて沈殿池流出水の流量の操作を行なった際の流出水中の浮遊物質濃度について数値実験による解析を行なったところ、流出水流量の操作が沈殿池貯水容積を極端に小さくするようであれば、池内の流速を増加せしめ、その結果、沈殿池底面からの沈殿物の再浮上が激増し、流出水中の浮遊物質濃度は著しく高くなることが確かめられた。また沈殿池流出水の操作における最適性の存在が明かとなった。そこで、これらの結果をもとに、沈殿池流出水流量の非定常最適操作の方法を述べ、そのような方法に従って行なった数値実験の結果えられた操作パターンの若干の例を示す。

5-2 沈殿池に対する集中系モデル

5-2-1 集中系モデル^{1)~3)}

本論文では沈殿池内の浮遊物質の挙動を記述する式として拡散方程式を用いているが、その数式的な取り扱いはかなり面倒なので5-1で述べたごとく、これを取り扱いが比較的容易な集中系の常微分方程式に変換したモデルを用いることにする。

3次元の非定常拡散方程式を沈殿池内の浮遊物質に対して適用すれば、

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0 \quad (5-1)$$

が得られる。ただし、 C は浮遊物質濃度で E_x, E_y, E_z はおおの x, y, z 方向の浮遊物質の乱れによる拡散係数で、 u, v, w は浮遊物質の x, y, z 方向の速度成分である。

式(5-1)を沈殿池全体について積分し、移送項および拡散項について Gauss-Ostrogradskii の定理⁴⁾を適用すると次式が得られる。

$$\iiint_V \frac{\partial C}{\partial t} dV + \iint_S \left\{ (uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x}) n_x + (vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y}) n_y + (wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z}) n_z \right\} dS = 0 \quad (5-2)$$

ここに、 V は沈殿池の貯水容積で、 S は V を囲む曲面で、 n_x, n_y, n_z は S における外向き法線ベクトルの x, y, z 成分である。矩形沈殿池に関しては S は Fig. 5-1. のような六面体で定義することができる。 S_1 は流入水の通過する面で、 S_2 は流出水の通過する面、 S_3, S_4 は沈殿池の側壁、 S_5 は底面、 S_6 は自由水面に相当する。浮遊物質を含んだ流れは S_1 平面より沈殿池内に流入し、 S_2 平面より流出するが、その間に S_5 平面(沈殿池底面)において浮遊物質の除去が行なわれ、同時に沈殿物質の再浮上も生じる。物質移動過程が行なわれている沈殿池への流入水に対して、質的变化を与えるのが S_5 平面となる。

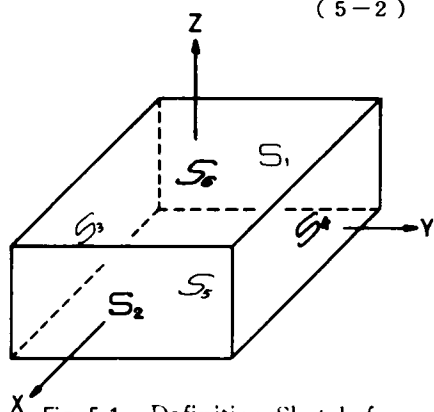


Fig. 5-1. Definition Sketch for Surfaces of Rectangular Settling Basin

6つの平面を通過する浮遊物質の流れは、各々次のようになる。

$$\begin{array}{lcl}
 S_1 \text{ 平面} & \cdots \cdots & uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x} = uC = u_{IN} C_{IN} \\
 S_2 \text{ 平面} & \cdots \cdots & uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x} = uC = u_{OUT} C_{OUT} \\
 S_3 \text{ 平面} & \cdots \cdots & vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \\
 S_4 \text{ 平面} & \cdots \cdots & vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \\
 S_5 \text{ 平面} & \cdots \cdots & wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = -(1-k) w_p C_s \\
 S_6 \text{ 平面} & \cdots \cdots & wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{array}} \right\} \quad (5-3)$$

ここに、 C_{IN} , C_{OUT} はそれぞれ沈殿池流入水および流出水の浮遊物質濃度である。また、 u_{IN} , u_{OUT} はそれぞれ流入水および流出水の流速で C_s は S_5 における浮遊物質の濃度で、 k は再浮上パラメータである。 k の有する物理的意味はすでに述べた通りであるが、本モデルの S_5 平面での物質移動過程において重要な役割をはたすものとなる。

沈殿池内の浮遊物質の濃度として、次のような体積平均濃度 \bar{C} を導入する。

$$\bar{C}(t) = \frac{1}{V} \iiint_V C(t, x, y, z) dV \quad (5-4)$$

式(5-3)および(5-4)を式(5-2)に代入すると次式が得られる。

$$\frac{d(V\bar{C})}{dt} = Q_{IN}C_{IN} - Q_{OUT}\bar{C} - (1-k)w_p S_5 \bar{C} \quad (5-5)$$

一方、沈殿池内の水に対しては連続の式より

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_w u_w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_w v_w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_w w_w)}{\partial z} = 0 \quad (5-6)$$

が成立する。ここに、 ρ_w は水の密度で u_w , v_w , w_w はそれぞれ水の x , y , z 方向の流速である。式(5-6)より沈殿池貯水容積 V と流入水流量 Q_{IN} , 流出水流量 Q_{OUT} との関係は次のようになる。

$$\frac{dV}{dt} = Q_{IN} - Q_{OUT} \quad (5-7)$$

式(5-5)および式(5-7)より

$$\frac{d\bar{C}}{dt} = -\frac{Q_{IN} + (1-k)w_p S_s}{V} \bar{C} + \frac{Q_{IN} C_{IN}}{V} \quad (5-8)$$

が得られる。これを解くと $\bar{C}(t)$ が次のように求まる。

$$\begin{aligned} \bar{C}(t) = \exp \left\{ -\int_0^t \frac{Q_{IN} + (1-k)w_p S_s}{V} dt' \right\} & \left[\int_0^t \frac{Q_{IN} C_{IN}}{V} \exp \left\{ \int_0^{t'} \frac{Q_{IN} + (1-k)w_p S_s}{V} dt'' \right\} dt' \right. \\ & \left. + \bar{C}(0) \right] \end{aligned} \quad (5-9)$$

ただし、 $\bar{C}(0)$ は流出水の初期濃度で、流入水濃度 C_{IN} および流入水流量 Q_{IN} は t の既知関数である。また、沈殿池貯水容積 $V(t)$ は式 (5-7) より、 Q_{IN} および Q_{OUT} の関数として与えられる。

$$V(t) = \int_0^t (Q_{IN} - Q_{OUT}) dt' + V(0) \quad (5-10)$$

ただし、 $V(0)$ は初期体積である。

なお、式 (5-9) 中の再浮上パラメータ k は個々の浮遊物質あるいは沈殿池の特性によって評価すべきであろうが、沈殿池操作の方法を検討するという意味で、本章の数値実験では 2-5 で得た次のような関係を用いることにする。

$$k = 1.17 \exp(-8.05/E_x) \quad (5-11)$$

また、 E_x についても 2-5 で得た

$$E_x = 3.59 \exp(58.5F) \quad (5-12)$$

$$F = \bar{u} / \sqrt{g\bar{H}} \quad (5-13)$$

を用いる。ただし、 \bar{u} は池内平均流速で \bar{H} は沈殿池の平均水深である。再浮上パラメータ k を式 (5-11)、(5-12)、(5-13) によって評価するために池内の平均水深 $\bar{H}(t)$ および平均流速 $\bar{u}(t)$ に対して各々 Q_{IN} 、 Q_{OUT} の関数とした次のような関係を用いる。

$$\bar{H}(t) = \frac{V(t)}{S_s} = \frac{1}{S_s} \left\{ \int_0^t (Q_{IN} - Q_{OUT}) dt' + V(0) \right\} \quad (5-14)$$

$$\bar{u}(t) = \frac{\bar{Q}(t)}{B\bar{H}(t)} = \frac{(Q_{IN} + Q_{OUT})/2}{\frac{B}{S_s} \left\{ \int_0^t (Q_{IN} - Q_{OUT}) dt' + V(0) \right\}} \quad (5-15)$$

ただし、 $\bar{Q}(t)$ は池内の平均流量で、 B は沈殿池の幅である。

計算の便宜上、流出水中の浮遊物質濃度 $\bar{C}(t)$ 、沈殿池貯水容積 $V(t)$ などを無次元表示しておく。
 $V(t)$ を初期体積 $V(0)$ によって無次元化すると

$$\hat{V}(\tau) = \int_0^\tau (\hat{Q}_{\text{IN}} - \hat{Q}_{\text{OUT}}) d\tau' + 1 \quad (5-16)$$

となる。ここに、流入水流量 \hat{Q}_{IN} と流出水流量 \hat{Q}_{OUT} は平均流入水流量 Q_{IM} により無次元化したもので、 τ は次式で定義される無次元時間である。

$$\tau = \frac{t}{T_0} \quad (5-17)$$

$$\frac{V(0)}{Q_{\text{IM}} T_0} = 1 \quad (5-18)$$

ただし、 T_0 は初期の理論滞留時間に相当する。流出水濃度 $\hat{C}(t)$ の無次元表示は次のようになる。

$$\hat{C}(\tau) = \int_0^\tau \frac{\hat{Q}_{\text{IN}} \hat{C}_{\text{IN}}}{\hat{V}} \exp \{-I(\tau) + I(\tau')\} d\tau' + \hat{C}(0) \exp \{-I(\tau)\} \quad (5-19)$$

ただし、 $\hat{C}_{\text{IN}}(\tau)$ は C_{IM} による無次元流入水濃度で、 $\hat{C}(0)$ は $\hat{C}(\tau)$ の初期値である。また、式 (5-19) における $I(\tau)$ は次のように定義される関数である。

$$I(\tau) = \int_0^\tau \frac{\hat{Q}_{\text{IN}} + (1-k)p}{\hat{V}} d\tau' \quad (5-20)$$

ここに、 p は理想沈殿池を仮定した場合の操作期間における平均的な沈殿除去効率に相当する無次元量で次式によって定義される。

$$p = \frac{w_p S_s}{Q_{\text{IM}}} = \frac{T_0}{H/w_p} \quad (p > 0) \quad (5-21)$$

また、Froude数の \hat{Q}_{IN} 、 \hat{Q}_{OUT} 、 $\hat{V}(\tau)$ による表示は

$$F(\tau) = \frac{1}{2\alpha^{1/2}} \cdot \frac{\hat{Q}_{\text{IN}} + \hat{Q}_{\text{OUT}}}{\hat{V}^{3/2}} \quad (5-22)$$

となる。ただし、 α は次式で定義される沈殿池の初期形状によりきまる無次元量である。

$$\alpha = \frac{g T_0^2}{L_0} \cdot \frac{H_0}{L_0} \quad (5-23)$$

ここに、 L_0 、 H_0 はそれぞれ沈殿池の初期長さおよび初期水深である。

5-2-2 沈殿池の非定常操作のシミュレーションとその評価^{2),3)}

沈殿池の流出水流量の操作を行なった結果もたらされる主要な状態変化としては第1には流出水中の浮遊物質濃度の変化が、第2に沈殿池貯水容積の変化が考えられよう。流出水流量の非定常な操作により、これらの2つの量は時間的に変動するが、操作結果の評価には、ある設定期間 T にわたるこれらの平均値を用いることができる。したがって、その場合には、瞬間的な操作の結果の評価をするのではなく、ある期間 T にわたる平均的な操作の結果の評価することになる。上述のような変数を用いて操作の結果を評価するものとすれば、沈殿池の操作目標として次のような項目を挙げることができる。

- (1) 流出水中の浮遊物質濃度をできるだけ低くすること。
- (2) 濃度変動の少ない、できるだけ安定した濃度の流出水を得ること。
- (3) 沈殿池貯水容積をできるだけ小さくすること（沈殿池をコンパクトにするとともに、滞留時間を短くし、処理時間を短縮する。また次に来るべき大量の流入水にそなえることにもなる）。
- (4) 沈殿池貯水容積の変動をできるだけ小さくすること（沈殿池貯水容積すなわち池内の水量がたえず大幅に変動するようでは設計段階において余裕を大きくとらねばならない）。

上記の(1)、(2)、(3)、(4)の各項目に対する指標としては、次の各式で与えられるような流出水平均濃度 C_m とその標準偏差 σ_C 、沈殿池平均貯水容積 V_m とその標準偏差 σ_V とを用いることができる。

- (1) 流出水中の浮遊物質の時間平均濃度

$$C_m = \frac{1}{T} \int_0^T C(t) dt \quad (5-24)$$

ただし T は操作の評価を行なう期間

- (2) 濃度の標準偏差

$$\sigma_C = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T (C - C_m)^2 dt \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T C^2 dt - C_m^2 \right\}^{1/2} \quad (5-25)$$

- (3) 沈殿池の時間平均貯水容積

$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt \quad (5-26)$$

- (4) 貯水容積の標準偏差

$$\sigma_V = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T (V - V_m)^2 dt \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt - V_m^2 \right\}^{1/2} \quad (5-27)$$

沈殿池の操作を行なうに際しては(1),(2),(3),(4)の要因すなわち C_m , σ_C , V_m , σ_V を小さくするように操作することが望ましいが, 流出水濃度を低くすることと沈殿池貯水容積を小さくすることとを同時に満足するのは一般には, なかなか困難なようである。したがって実際に操作の結果を評価する際には各項目の重要度と目的とに応じて重みをかけたものの和を評価関数とするのが適当であろう。そこで, たとえば

$$e_1 = C_m, \quad e_2 = \sigma_C, \quad e_3 = V_m, \quad e_4 = \sigma_V \quad (5-28)$$

とし, 重みを w_i とすると評価関数

$$E = \sum_{i=1}^4 w_i e_i \quad (5-29)$$

を最小にするように沈殿池を操作すればよい。本節では簡単のために, $w_1 = 1, w_2 = 1, w_3 = 0, w_4 = 0$ および $w_1 = 0, w_2 = 0, w_3 = 1, w_4 = 1$ の場合すなわち

$$E_1 = C_m + \sigma_C \quad (5-30)$$

$$E_2 = V_m + \sigma_V \quad (5-31)$$

の値の変化を種々の操作条件に対して求めた。

沈殿池流入水などの任意の変動はフーリエ解析の手法を用いれば, 三角関数の和として表わされるから, 4-3 のように計算の都合上, 流入水の流量変動, 濃度変動を正弦波によって表わしておく。すなわち流入水流量を $Q_{IN}(t)$, 流入水の浮遊物質濃度を $C_{IN}(t)$ とすると, それぞれ次式で与えられる。

$$Q_{IN}(t) = Q_{IM} + Q_I \sin(\omega_{IQ} t + \phi_{IQ}) \quad (5-32)$$

$$C_{IN}(t) = C_{IM} + C_I \sin(\omega_{IC} t + \phi_{IC}) \quad (5-33)$$

Q_{IM} , C_{IM} は平均値, Q_I , C_I は変動の振幅, ω_{IQ} , ω_{IC} は角周波数, ϕ_{IQ} , ϕ_{IC} は位相角である。ただし, 常に $Q_{IN}(t) > 0$, $C_{IN}(t) > 0$ が成立しなければならないから $Q_{IM} > Q_I$, $C_{IM} > C_I$ とする。また流出水流量 $Q_{OUT}(t)$ も式(5-32)と同様に

$$Q_{OUT}(t) = Q_{EM} + Q_E \sin\{\omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ}\} \quad (5-34)$$

で操作するものとする。 t_s は流入水に対する流出水操作のタイム・ラグである。流入水量 $Q_{IN}(t)$ および流出水流量 $Q_{OUT}(t)$ を式(5-7)に入れて沈殿池の貯水容積を求めると次のようになる。

$$V(t) = \int_0^t [Q_{IM} + Q_I \sin(\omega_{IQ} t + \phi_{IQ}) - Q_{EM} - Q_E \sin\{\omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ}\}] dt + V(0)$$

$$\begin{aligned}
&= (Q_{IM} - Q_{EM})t - \frac{Q_I}{\omega_{IQ}} \{ \cos(\omega_{IQ}t + \phi_{IQ}) - \cos \phi_{IQ} \} + \frac{Q_E}{\omega_{EQ}} [\cos \omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ} \} \\
&\quad - \cos(-\omega_{EQ}t_s + \phi_{EQ})] + V(0)
\end{aligned} \tag{5-35}$$

任意の時刻 t について $V(t)$ が有限値をもつためには t の係数がゼロとなる必要がある。したがって流出水流量の操作は、まず

$$Q_{EM} = Q_{IM} \tag{5-36}$$

でなければならない。また常に $V(t) \geq 0$ でなければならないから式 (5-35) より

$$\begin{aligned}
&-\frac{Q_I}{\omega_{IQ}} \{ \cos(\omega_{IQ}t + \phi_{IQ}) - \cos \phi_{IQ} \} + \frac{Q_E}{\omega_{EQ}} [\cos \{ \omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ} \} \\
&\quad - \cos(-\omega_{EQ}t_s + \phi_{EQ})] + V(0) \geq 0
\end{aligned} \tag{5-37}$$

である。 $Q_{OUT}(t)$ は式 (5-36), (5-37) に示すような操作上の制約を受ける。

数値実験においては計算の便宜上、無次元化した沈殿池容積 $\hat{V}(\tau)$ や無次元濃度 $\hat{C}(\tau)$ などを用いるので、 $Q_{IN}(t)$, $Q_{OUT}(t)$, $C_{IN}(t)$, $V(t)$ などそれぞれを平均値で無次元化しておく。すなわち

$$\hat{Q}_{IN}(\tau) = 1 + \frac{Q_I}{Q_{IM}} \sin(\omega_{IQ} T_0 \tau + \phi_{IQ}) \tag{5-38}$$

$$\hat{C}_{IN}(\tau) = 1 + \frac{C_I}{C_{IM}} \sin(\omega_{IC} T_0 \tau + \phi_{IC}) \tag{5-39}$$

$$\hat{Q}_{OUT}(\tau) = 1 + \frac{Q_E}{Q_{EM}} \sin \{ \omega_{EQ} T_0 (\tau - \tau_s) + \phi_{EQ} \} \tag{5-40}$$

$$\begin{aligned}
\hat{V}(\tau) &= -\frac{Q_I}{Q_{IM}} \cdot \frac{1}{\omega_{IQ} T_0} \{ \cos(\omega_{IQ} T_0 \tau + \phi_{IQ}) - \cos \phi_{IQ} \} + \frac{Q_E}{Q_{IM}} \cdot \frac{1}{\omega_{EQ} T_0} \\
&\quad \times [\cos \{ \omega_{EQ} T_0 (\tau - \tau_s) + \phi_{EQ} \} - \cos(-\omega_{EQ} T_0 \tau_s + \phi_{EQ})] + 1
\end{aligned} \tag{5-41}$$

とする。ただし、 τ , T_0 は式 (5-17), (5-18) で与えられる無次元時間および初期の理論滞留時間である。

Fig. 5-2. および Fig. 5-3. は $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ を式 (5-40) のように操作した場合に、再浮上パラメータ k が浮遊物質濃度 $\hat{C}(\tau)$ に与える影響を図示したものである。

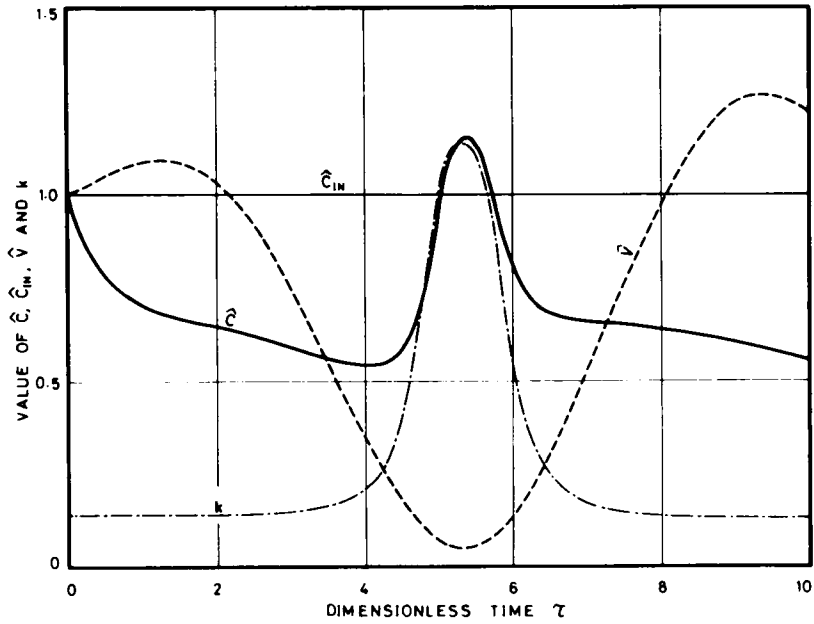


Fig. 5-2. Variations of \hat{C} , \hat{C}_{IN} , \hat{V} and k with τ

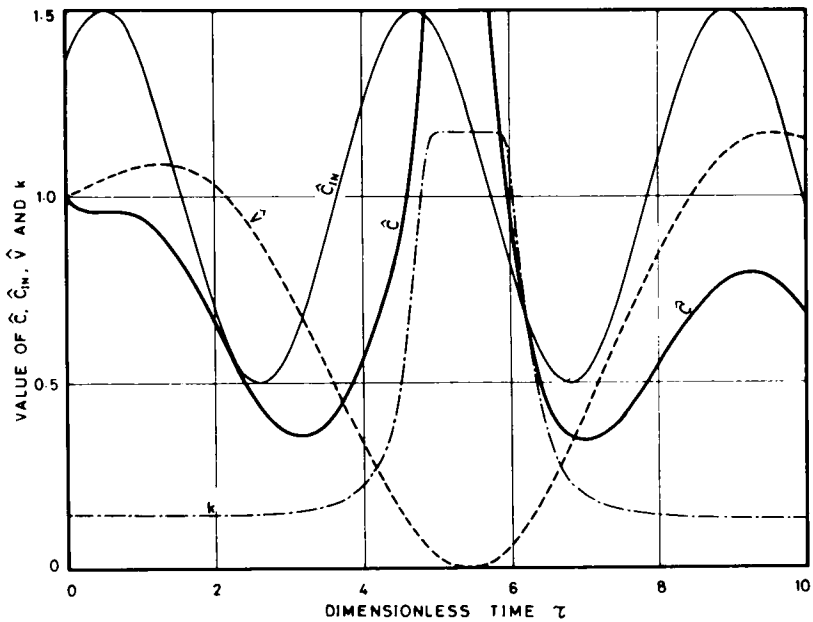


Fig. 5-3. Variations of \hat{C} , \hat{C}_{IN} , \hat{V} and k with τ

Fig. 5-2. は

$$\left. \begin{aligned} \hat{Q}_{IN}(\tau) &= 1 + 0.25 \sin(\tau + 0.8) \\ \hat{Q}_{OUT}(\tau) &= 1 + 0.25 \sin\left\{0.55\left(\tau - \frac{\pi}{4}\right) + 0.8\right\} \\ \hat{C}_{IN}(\tau) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (5-42)$$

の場合で Fig. 5-3. は

$$\left. \begin{aligned} \hat{Q}_{IN}(\tau) &= 1 + 0.25 \sin(\tau + 0.8) \\ \hat{Q}_{OUT}(\tau) &= 1 + 0.25 \sin\left\{0.52\left(\tau - \frac{\pi}{4}\right) + 0.8\right\} \\ \hat{C}_{IN}(\tau) &= 1 + 0.5 \sin(\tau + 0.8) \end{aligned} \right\} \quad (5-43)$$

の場合である。いずれの場合も再浮上パラメータ k の増加に対応して $\hat{C}(\tau)$ は著しく増加している。Fig. 5-2. を見れば流入水の浮遊物質濃度 $\hat{C}_{IN}(\tau)$ がたとえ変動していなくとも、流出水流量 $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ を式(5-42)のように操作すれば、流出水の浮遊物質濃度 $\hat{C}(\tau)$ に変動の生じることがわかる。

本章では数値実験に際しては再浮上パラメータ k には $k \geq 0$ 以外の条件は与えていない。定常状態においては沈殿池の機能をはたすためには $k < 1$ でなければならないが、非定常状態においては、短時間には $k \geq 1$ もありうるからである。以下に流出水流量 $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ を操作した場合に浮遊物質の平均濃度 \hat{C}_m およびその標準偏差 $\hat{\sigma}_C$ と沈殿池平均貯水容積 \hat{V}_m およびその標準偏差 $\hat{\sigma}_V$ とを求めた例を示す。ただし、 \hat{C}_m , $\hat{\sigma}_C$, \hat{V}_m , $\hat{\sigma}_V$ 等は式(5-24), (5-25), (5-26), (5-27)の計算に無次元量 $\hat{C}(\tau)$, $\hat{V}(\tau)$ を用いて求めたものである。

(1) 操作変数が $\omega_{EQ} T_0$ の場合

$Q_I/Q_{IM} = Q_E/Q_{IM} = 0.25$, $C_I/C_{IM} = 0.5$, $\omega_{IQ} T_0 = 1.0$ rad, $\phi_{IQ} = \phi_{IC} = \phi_{EQ} = 0.8$ rad, $\tau_s = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = 10^\circ$, $p = 0.8$ に対して $\omega_{IC} T_0$ をパラメータとして、 $\omega_{EQ} T_0$ を $0.52 \sim 2.0$ rad の間で操作した場合の $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$, $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の値の変化の様子を Fig. 5-4. の (a) $\omega_3 T_0 = 0.5$ rad, (b) $\omega_3 T_0 = 1.0$ rad, (c) $\omega_3 T_0 = 1.5$ rad, (d) $\omega_3 T_0 = 2.0$ rad に示す。ただし、以後 ω_{IQ} , ω_{EQ} , ω_{IC} をそれぞれ ω_1 , ω_2 , ω_3 と略記する。 $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の変化は (a), (b), (c), (d) と同一で、 $\omega_2 T_0 \doteq 0.55$ rad および $\omega_2 T_0 \doteq 1.05$ rad 付近で極小となっている。したがって沈殿池貯水容積 \hat{V}_m とその標準偏差 $\hat{\sigma}_V$ を小さくするという観点からは $\omega_2 T_0 \doteq 0.55$ rad および $\omega_2 T_0 \doteq 1.05$ rad で $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ を操作するのが望ましい。 $\omega_2 T_0$ のこれらの値は流入水流量 $\hat{Q}_{IN}(\tau)$ に対する $\omega_1 T_0$ の値とほぼ一致している。また、 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ については (a), (b), (c), (d) のいずれも $\omega_2 T_0 \doteq 1.0 \sim 1.1$ rad で極小値が出現している。しかし更に (c) は $\omega_2 T_0 \doteq 1.5$ rad にも

(d)は $\omega_2 T_0 \cong 2.0 \text{ rad}$ でも極小値が現われ、しかもこれらの極小値は $\omega_2 T_0 \cong 1.0 \text{ rad}$ での値よりも小さい。したがって $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ についていえば $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ における $\omega_2 T_0$ の望ましい操作の値は流入水濃度の変動の $\omega_3 T_0$ の値とほぼ一致している。(a)の $\omega_3 T_0 = 0.5 \text{ rad}$ についても $\omega_2 T_0 \cong 0.6 \text{ rad}$ で極小となっているが、これは $\omega_3 T_0$ の値 0.5 rad よりもややずれ、しかも $\omega_2 T_0 \cong 1.0 \text{ rad}$ 付近における $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ の極小値よりも大きい。この結果は沈殿池貯水容積の値から推察すれば再浮上パラメータ k が大きくなり底面からの沈殿物の再浮上が相当、浮遊物質濃度に寄与したために生じたものと思われる。Fig. 5-4.の(a), (b), (c), (d)の結果より推論すると沈殿池貯水容積およびその変動を小さくするという目的からは $\omega_2 T_0$ は $\omega_1 T_0$ とほぼ等しい値で、また流出水の浮遊物質濃度およびその変動を低くするという目的からは $\omega_2 T_0$ は $\omega_3 T_0$ とほぼ等しい値で操作するのが望ましいといえよう。流出水流量の操作によって生じた浮遊物質濃度の変化と沈殿池貯水容積の変化とに関する総合的な評価は \hat{C}_m や \hat{V}_m などにかかる重み w_i の値のとり方によって変わってくることはいうまでもないが $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ に含まれる変数 $\omega_2 T_0$ の操作に最適性が存在することは明かであろう。

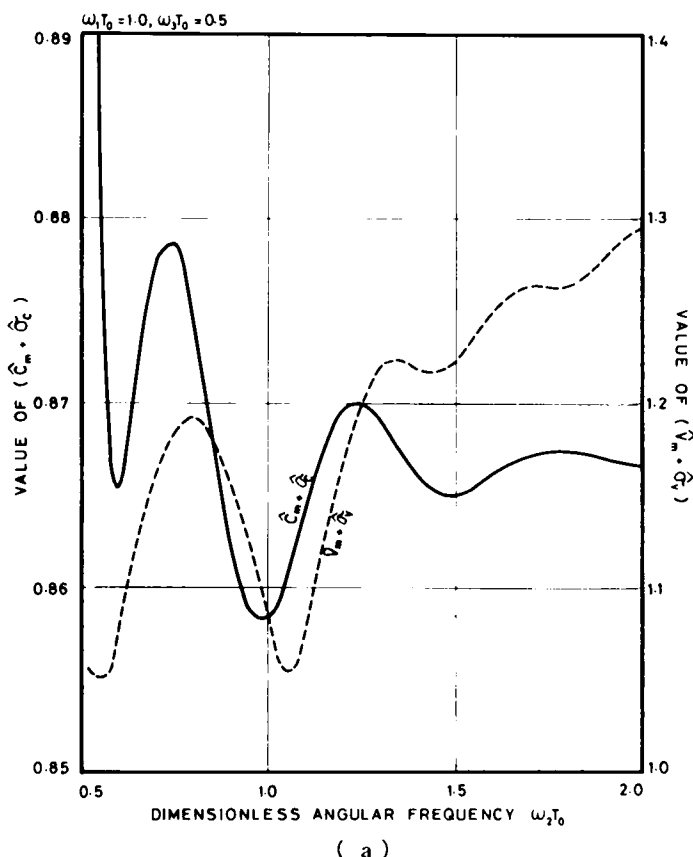
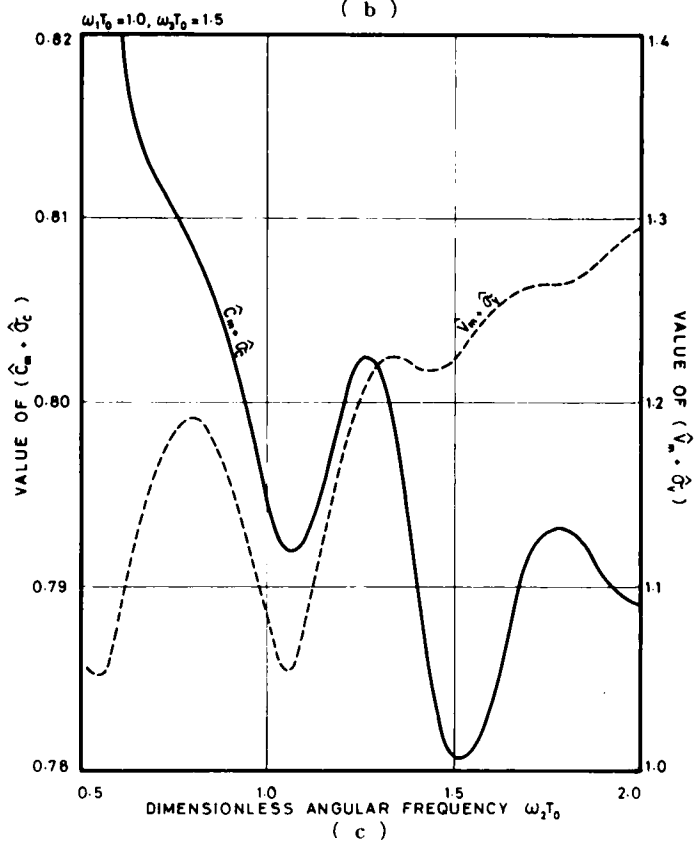
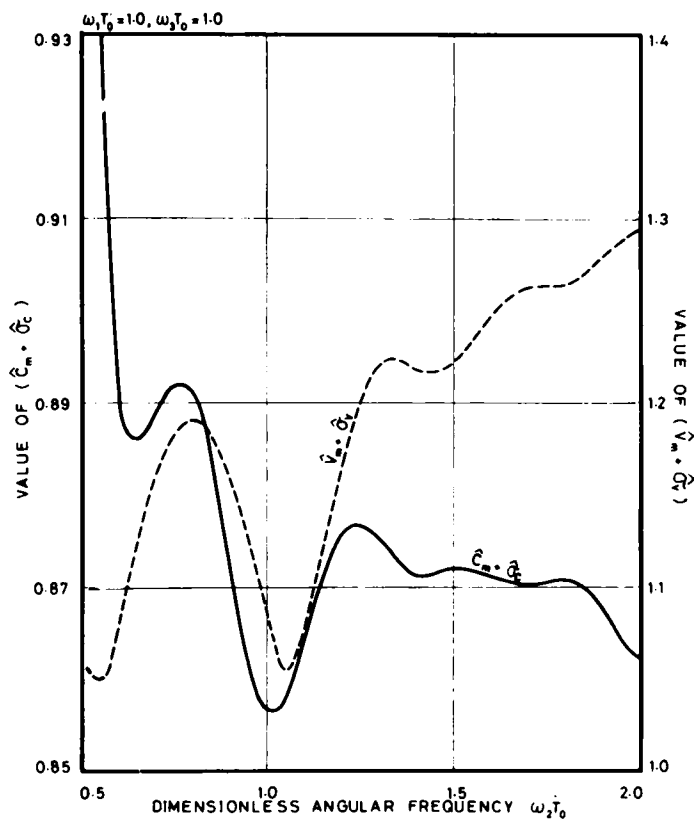


Fig. 5-4. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (1)



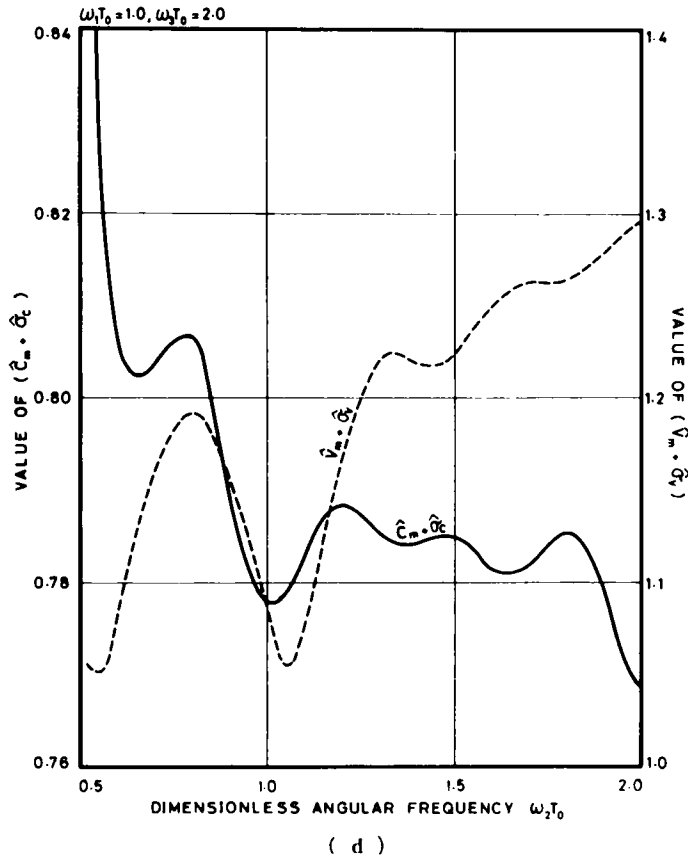


Fig. 5-4. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_c)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_v)$ with $\omega_2 T_0$

Fig. 5-5. の (a), (b) は $Q_1/Q_{IM} = Q_E/Q_{IM} = 0.25$, $C_1/C_{IM} = 0.5$, $\omega_3 T_0 = 1.0$ rad, $\phi_{IQ} = \phi_{IC} = \phi_{EQ} = 0.8$ rad, $\tau_s = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = 10^6$, $p = 0.8$ の各値に対して $\omega_1 T_0$ をパラメータにして (a) は $\omega_1 T_0 = 0.5$ rad, (b) は $\omega_1 T_0 = 1.5$ rad) $\omega_2 T_0$ を操作した場合の $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_c$, $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_v$ の値の変化を示したものである。Fig. 5-4. の場合と同様に $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_c$ については $\omega_3 T_0$ と同じ値の $\omega_2 T_0 \cong 1.0$ rad に極小値があらわれている。また $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_v$ については $\omega_1 T_0$ とほぼ同じ値の $\omega_2 T_0$ に対して (a) では $\omega_2 T_0 \cong 0.5$ rad, (b) では $\omega_2 T_0 \cong 1.5$ rad) 極小値が現われている。

Fig. 5-6. ($C_1/C_{IM} = 0.5$) は流入水流量 \hat{Q}_{IN} に変動のない場合で、Fig. 5-7. ($Q_1/Q_{IM} = 0.25$) は流入水濃度 \hat{C}_{IN} に変動のない場合である (いずれも $\omega_1 T_0 = \omega_3 T_0 = 1.0$ rad, $\phi_{IQ} = \phi_{IC} = \phi_{EQ} = 0.8$ rad, $\tau_s = \frac{\pi}{4}$, $\frac{Q_E}{Q_{IM}} = 0.25$, $\alpha = 10^6$, $p = 0.8$)。

Fig. 5-4. ~ Fig. 5-7. のいずれについても $\omega_2 T_0$ の操作の下限は約 0.52 rad である。これは $\hat{V}(\tau) \geq 0$ を常に満足すべきことよりでてくる。また全般的には $\omega_2 T_0$ が大きくなるほど $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_c$ の変化は小さくなり流出水濃度は安定になるようであるが、逆に $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_v$ の値は $\omega_2 T_0$ の増加とともに次第に大きくなり沈殿池貯水容積に関しては好ましくない結果をもたらす。

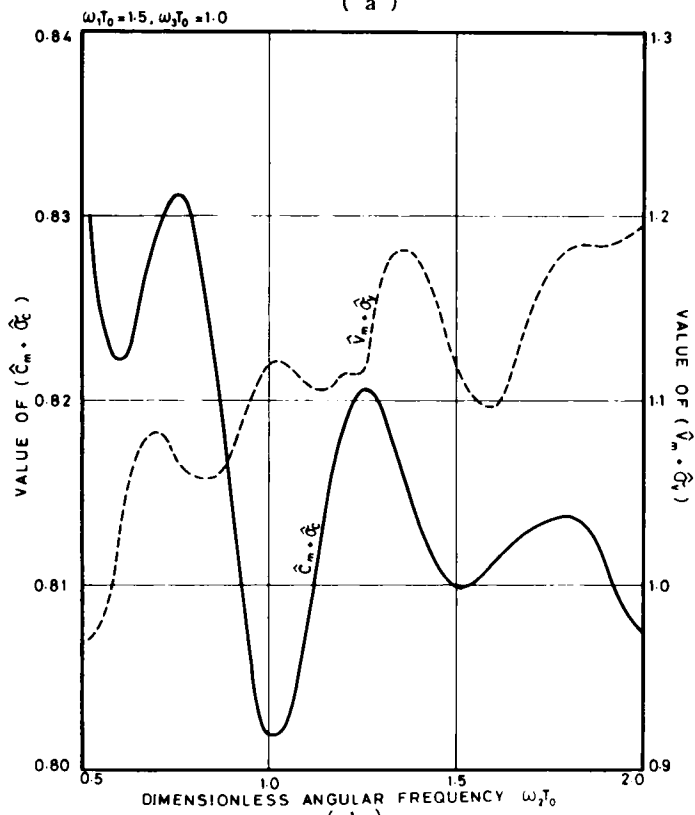
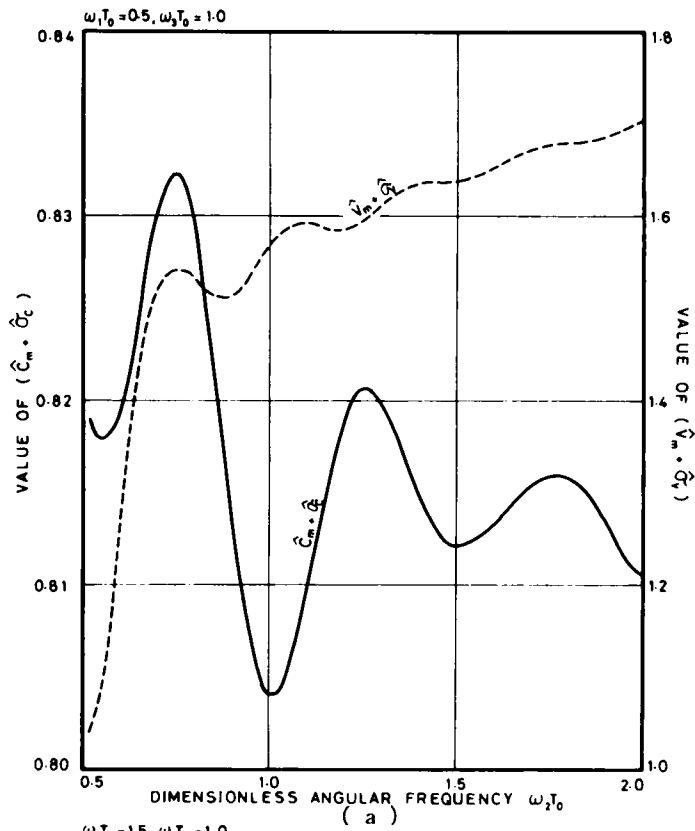


Fig. 5-5. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (2)

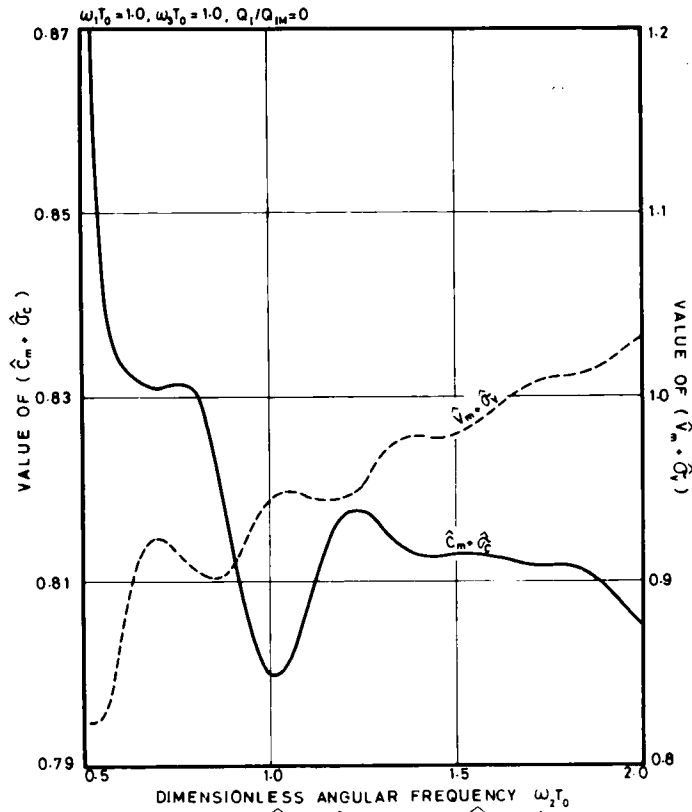


Fig. 5-6. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (3)

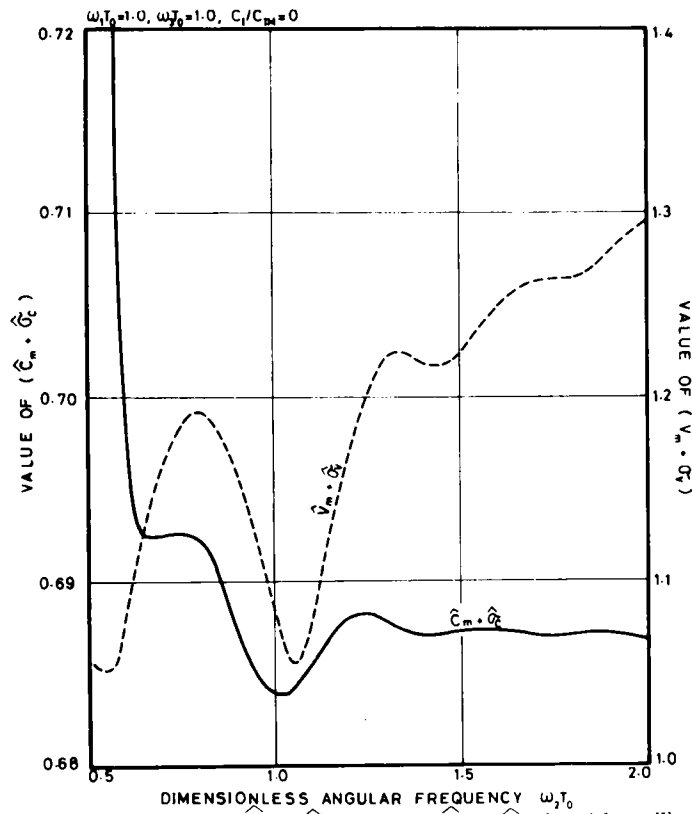


Fig. 5-7. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (4)

(2) 操作変数が Q_E/Q_{IM} の場合

$\omega_1 T_0 = 1.0 \text{ rad}$, $\phi_{IQ} = \phi_{IC} = \phi_{EQ} = 0.8 \text{ rad}$, $\tau_s = \frac{\pi}{4}$, $Q_I/Q_{IM} = 0.25$, $C_I/C_{IM} = 0.5$, $\alpha = 10^\circ$, $p = 0.8$ について Fig. 5-8. は $\omega_2 T_0 = 1.0 \text{ rad}$, $\omega_3 T_0 = 1.5 \text{ rad}$ で Fig. 5-9. は $\omega_2 T_0 = 2.0 \text{ rad}$, $\omega_3 T_0 = 1.0 \text{ rad}$ で Q_E/Q_{IM} を操作した場合の $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ と $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の変化の様子を明示したものである。Fig. 5-9. の場合の操作範囲は $Q_E/Q_{IM} = 0 \sim 1.0$ であるが, Fig. 5-8. の場合は $\hat{V}(\tau) \geq 0$ なる条件より $Q_E/Q_{IM} \equiv 0 \sim 0.6$ である。Fig. 5-9. には $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ に極小値が出ているが, その他はいずれも $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$, $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ には極小値は現われていない。しかし, Q_E/Q_{IM} の操作に対して, $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ が増加の傾向であれば $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ は逆に減少の傾向となっており, 両者の結果を加え合せば Table 5-1., Table 5-2. の total value ($E_1 + E_2$) の欄に見られるように Q_E/Q_{IM} の操作に最適性が存在する。

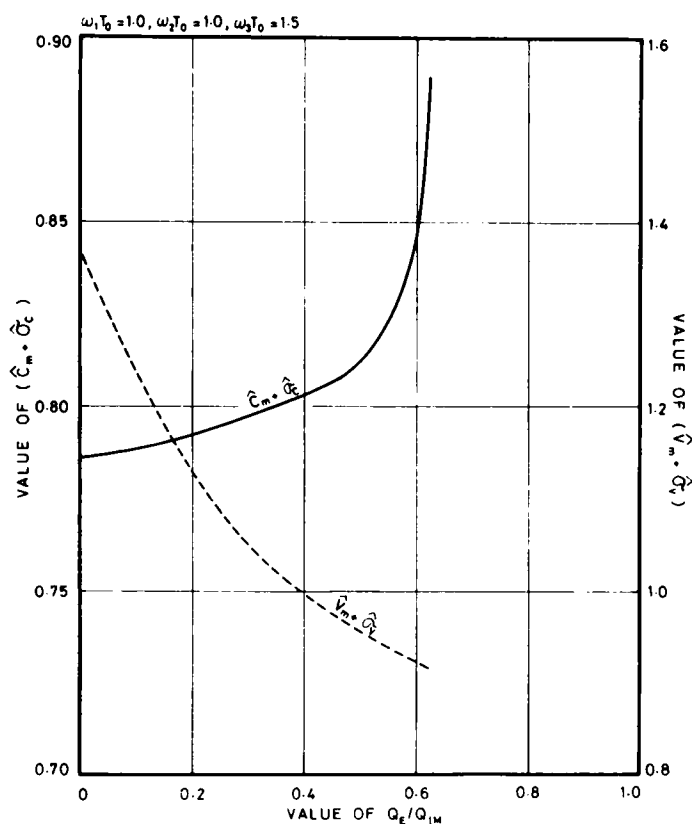


Fig. 5-8. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with Q_E/Q_{IM} (1)

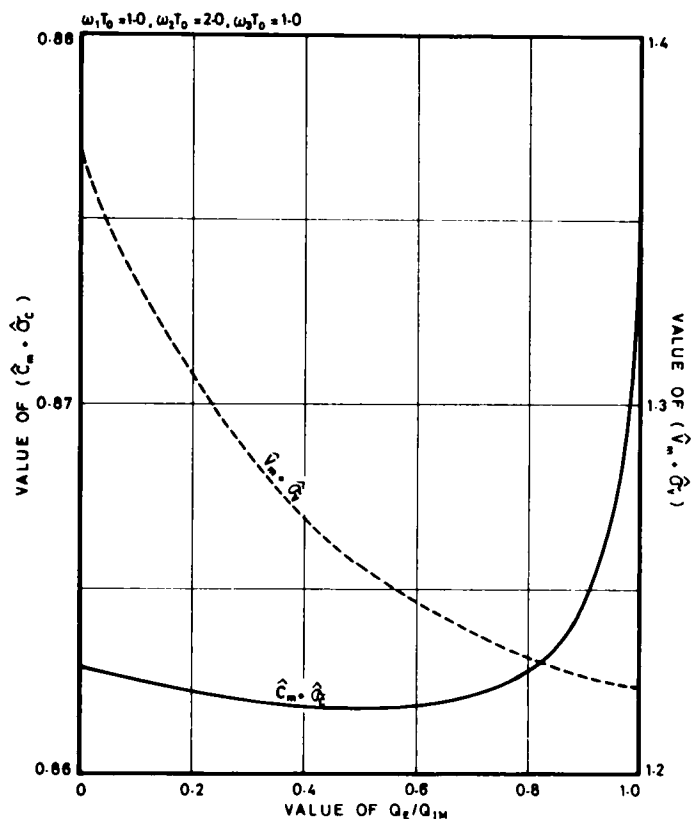


Fig. 5-9. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with Q_E/Q_{1M} (2)

Table 5-1. Variations of \hat{C}_m , $\hat{\sigma}_C$, \hat{V}_m , $\hat{\sigma}_V$ and $(E_1 + E_2)$ with Q_E/Q_{1M}

Amplitude Q_E/Q_{1M}	Mean Concentration \hat{C}_m	Standard Deviation of \hat{C}_m $\hat{\sigma}_C$	E_1 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_V$	Mean Volume \hat{V}_m	Standard Deviation of \hat{V}_m $\hat{\sigma}_V$	E_2 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_V$	Total Value $E_1 + E_2$
0	0.6404	0.2226	0.8630	1.159	0.2084	1.368	2.230
0.125	0.6404	0.2221	0.8625	1.117	0.2099	1.327	2.190
0.250	0.6406	0.2216	0.8621	1.075	0.2207	1.296	2.158
0.375	0.6409	0.2210	0.8619	1.033	0.2393	1.273	2.135
0.500	0.6415	0.2203	0.8618	0.9916	0.2643	1.256	2.118
0.625	0.6425	0.2194	0.8619	0.9497	0.2939	1.244	2.106
0.750	0.6442	0.2181	0.8624	0.9078	0.3270	1.235	2.097
0.875	0.6480	0.2158	0.8638	0.8659	0.3625	1.228	2.092
1.000	0.6642	0.2115	0.8757	0.8240	0.3999	1.224	2.100

Table 5-2. Variations of $\hat{C}_m, \hat{\sigma}_C, \hat{V}_m, \hat{\sigma}_V$ and (E_1+E_2) with Q_E/Q_{IM}

Amplitude Q_E/Q_{IM}	Mean Concentration \hat{C}_m	Standard Deviation of \hat{C} $\hat{\sigma}_C$	E_1 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$	Mean Volume \hat{V}_m	Standard Deviation of \hat{V} $\hat{\sigma}_V$	E_2 $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$	Total Value $E_1 + E_2$
0	0.6074	0.1786	0.7860	1.159	0.2084	1.368	2.154
0.125	0.6057	0.1839	0.7896	1.040	0.1646	1.205	1.995
0.250	0.6045	0.1900	0.7946	0.9217	0.1637	1.085	1.880
0.375	0.6046	0.1967	0.8014	0.8030	0.2063	1.009	1.811
0.500	0.6081	0.2033	0.8114	0.6843	0.2727	0.9571	1.768
0.625	0.6623	0.2270	0.8893	0.5657	0.3497	0.9153	1.805
0.750*	$\hat{V}(\tau) < 0$						
0.875*	"						
1.000*	"						

* For this value of Q_E/Q_{IM} the volume of basin $\hat{V}(\tau)$ is not always greater than or equal to zero and the condition (5-37) is not satisfied.

(3) 操作変数が τ_s の場合

F-g. 5-10.に $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ の $\hat{Q}_{IN}(\tau)$ に対する時間おくれ τ_s を操作変数とした場合の $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ と $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の

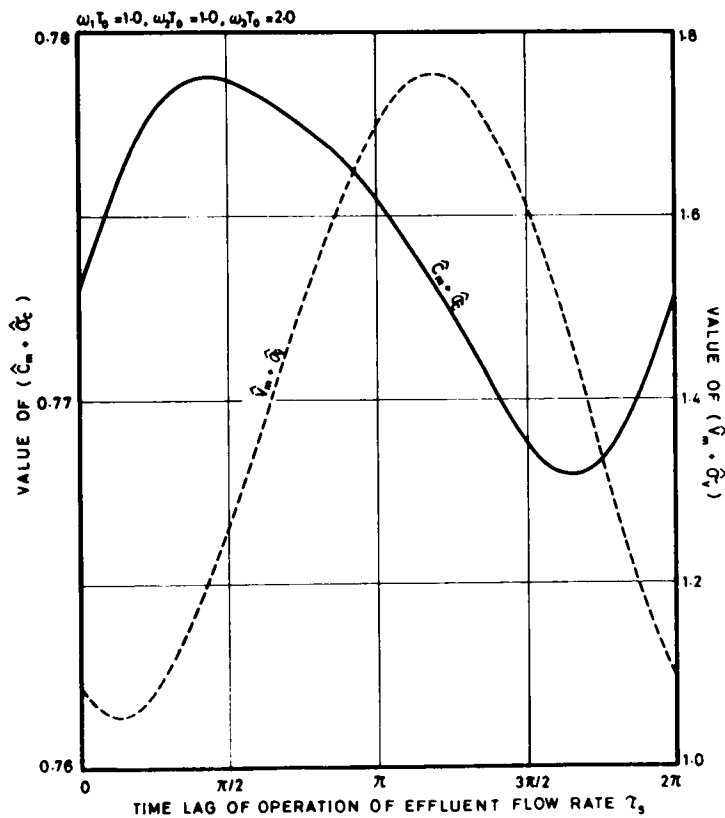


Fig. 5-10. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with τ_s

変化を示す。ただし、 $\omega_1 T_0 = \omega_2 T_0 = 1.0 \text{ rad}$, $\omega_3 T_0 = 2.0 \text{ rad}$, $\phi_{1Q} = \phi_{1C} = \phi_{EQ} = 0.8 \text{ rad}$, $Q_1/Q_{IM} = Q_E/Q_{IM} = 0.25$, $C_1/C_{IM} = 0.5$, $\alpha = 10^\circ$, $p = 0.8$ である。 $\hat{C}_m + \hat{C}_c$, $\hat{V}_m + \hat{V}_v$ ともに極小値が出現しており、 τ_s の操作にも最適性が存在するものと考えられる。ただし、以上のすべての計算では $T = 100$ (無次元時間) としている。

5-3 沈殿池の非定常最適操作

5-3-1 非定常最適操作の方法

沈殿池流入水の流入条件の時間的変動によって生じる浮遊物質の池内における濃度分布や流出水中の濃度などの非定常特性を解析すると池内の流動特性に支配される乱流混合の状態あるいは沈殿物の再浮上の状態などの変化が沈殿池の非定常特性に相当関与しているのが認められることは既に述べた。したがって定常状態で設定された操作条件のままで運転しては流入条件の変動によって生じる処理効率の時間的な変動に対処することは不可能であり、満足のゆく沈殿池流出水を得ることは困難であることが予想される。逆にまた必要以上に沈殿処理を施した流出水となっていることも考えられる。沈殿池流出水の水質あるいは沈殿池の状態を目的に従って適当な水準に維持するためには、流入原水の時間的な変動を考慮し、それに応じて、各時刻での操作変数を最適な値に設定しなおすような非定常最適操作を行なう必要があるものと思われる。5-2-2 において沈殿池非定常操作のシミュレーションとその評価について述べ、その非定常操作に最適性の存在することを明かにした。ただし、その場合の流出水の操作パターンとしては式(5-34)に示すような正弦波的な流量操作を例として用いた。水質あるいは水量の時間的に任意な変動がフーリエ解析により三角関数に分解され、また沈殿池モデルが線形であることにより、重ね合わせが可能であることなどを考えれば正弦波的な流量操作のパターンを想定して、沈殿池の非定常操作をシミュレートしておくのも十分意味あることと思われるが、本節においては流出水の流量は全く任意の形で操作されるものとして、可変容量型の沈殿池の非定常最適操作の方法を明かにする。5-2-2 と同様に 5-2-1 に述べた集中系モデルを用いる。

沈殿池の第1の機能は浮遊物質を除去することであるが、さらに貯水の機能をも有している。ところが沈殿物の再浮上の概念を導入して、除去効率をこれと一対一に対応する残留率(濃度)と置きかえれば、残留率と貯水容積とは互いに相反する方向に増減する。そこで可変容量型の流量操作は従来見逃されてきた沈殿池の貯水機能をできるだけ利用して、これら除去および貯水の2つの機能を適当な比率で組み合わせで働かせることにより、沈殿池の非定常最適操作を実行しようとするものである。

操作は対象としている期間 τ_f にわたって、その期間における流出水中の浮遊物質濃度の平均値と、沈殿池の貯水容積の平均値との和を最小にするように行なうものとする。5-2-2 では濃度および容積のそれぞれの平均値のまわりのバラツキ(標準偏差)をも考慮に入れていたが、最適操作の方法を明かにすることに目的があるので、計算および解析の便宜上、これらは評価関数の中には含めていない。無論、これらを含めても結果として得られる操作パターンに変わるところがあっても最適操作のパターンの決定方法においては何ら変わるところがないことは言うまでもない。

上述のような操作目標に対する評価関数は次のように表わすことができる。

$$f(\tau_f) = \frac{a_1}{\tau_f} \int_0^{\tau_f} \hat{C} d\tau + \frac{a_2}{\tau_f} \int_0^{\tau_f} \hat{V} d\tau = \int_0^{\tau_f} g_f(\tau) d\tau \quad (5-44)$$

a_1, a_2 は重み係数で、 τ_f は対象とする操作の期間である。 a_1, a_2 は流出水中の浮遊物質濃度を低くすること、沈殿池の貯水容積を小さくすることのいずれに重点を置くかによって適当に選ばれるものである。したがって沈殿池の非定常最適操作は

$$\min_Q f(\tau_f) = \min_Q \int_0^{\tau_f} g_f(\tau) d\tau \quad (5-45)$$

に従って行なえばよい。

流出水の濃度 C 、沈殿池貯水容積 V および操作流量 Q に対しては、それぞれ次のような制約条件がある（以後 $\hat{C}, \hat{V}, \hat{Q}$ などは単に C, V, Q と略記する。）

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq C \leq C_{\max} \\ V_{\min} \leq V \leq V_{\max} \\ Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\max} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5-46) \\ (5-47) \\ (5-48) \end{array}$$

また沈殿池の非定常操作はある設定期間 τ_f にわたって、一定時間間隔 $\Delta\tau$ ごとに行なうものとする。各時刻において操作される流出水流量による $\tau = 0 \sim \tau_f$ までの処理水量の総和を $SQ(\tau_f)$ とすると、水量に対する連続の式（5-7）より

$$SQ(\tau_f) = \int_0^{\tau_f} Q d\tau = \int_0^{\tau_f} Q_{IN} d\tau + V_0 - V(\tau_f) \quad (5-49)$$

であり、沈殿池の貯水容積には式（5-47）に示すような制約条件があるから

$$\left(\int_0^{\tau_f} Q_{IN} d\tau + V_0 - V_{\max} \right) \leq SQ(\tau_f) \leq \left(\int_0^{\tau_f} Q_{IN} d\tau + V_0 - V_{\min} \right) \quad (5-50)$$

でなければならない。

また、一方 $SQ(\tau_f)$ は各時刻（段階） $\tau = 0, \Delta\tau, 2\Delta\tau, \dots, (n-1)\Delta\tau$ において流出流量 $Q_1(0), Q_2(\Delta\tau), Q_3(2\Delta\tau), \dots, Q_n(\tau_f - \Delta\tau)$ で操作された処理水量の総和であるから次式が成立する。

$$SQ(\tau_f) = \{ Q_1(0) + Q_2(\Delta\tau) + \dots + Q_n(\tau_f - \Delta\tau) \} \Delta\tau \quad (5-51)$$

ここで、段階的な非定常操作を（数値計算の都合上）行なうために、水質に対する連続の式（5-8）、水量に対する連続の式（5-7）および、評価関数（5-44）の右辺をそれぞれ $g_c(C, V, Q), g_v(Q),$

$g_f(C, V)$ とおき積分して、離散的に表現するとそれぞれ次のようになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} C_n = C_{n-1} + g_{c,n-1}(C_{n-1}, V_{n-1}, Q_{n-1}) \Delta\tau \\ V_n = V_{n-1} + g_{V,n-1}(Q_{n-1}) \Delta\tau \\ f_n = f_{n-1} + g_{f,n-1}(C_{n-1}, V_{n-1}) \Delta\tau \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5-52) \\ (5-53) \\ (5-54) \end{array}$$

また

$$F_n \{ SQ(\tau_f) \} = \min_{SQ(\tau_f)} f_n \{ SQ(\tau_f) \} \quad (5-55)$$

と書くと、式(5-45)のような方策は

$$F_n \{ SQ(\tau_f) \} = \min_{SQ(\tau_f)} \left\{ \int_{\tau_f - \Delta\tau}^{\tau_f} g_f(\tau) d\tau + \int_0^{\tau_f - \Delta\tau} g_f(\tau) d\tau \right\} \quad (5-56)$$

とあらわせる。式(5-45)の関係を式(5-56)の右辺の{ }内の第2項に適用して

$$F_n \{ SQ(\tau_f) \} = \min_{SQ(\tau_f)} \left[\int_{\tau_f - \Delta\tau}^{\tau_f} g_f(\tau) d\tau + f_{n-1} \{ SQ(\tau_f - \Delta\tau) \} \right] \quad (5-57)$$

が得られる。式(5-52), (5-53), (5-54)の表現を見れば、 $g_{f,n-1}$ は C_{n-1} , V_{n-1} の関数であるから Q_{n-2} の関数となり、 f_n は $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_{n-2}$ の関数となることがわかる。したがって式(5-57)はさらに、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} F_n(SQ) &= \min_{Q_{n-2} \Delta\tau} \left[\min_{SQ - Q_{n-2} \Delta\tau} \int_{\tau_f - \Delta\tau}^{\tau_f} g_f(\tau) d\tau + \min_{SQ - Q_{n-2} \Delta\tau} f_{n-1} \{ SQ(\tau_f - \Delta\tau) \} \right] \\ \therefore F_n(SQ) &= \min_{Q_{n-2} \Delta\tau} \left[g_{f,n-1}(Q_{n-2} \Delta\tau) \Delta\tau + \min_{SQ - Q_{n-2} \Delta\tau} f_{n-1}(SQ - Q_{n-2} \Delta\tau) \right] \end{aligned}$$

右辺[]内の第2項に式(5-55)の関係を適用して、結局次のような関数方程式⁵⁾が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} F_n(SQ) = \min_{Q_{n-2} \Delta\tau} \left[g_{f,n-1}(Q_{n-2} \Delta\tau) \Delta\tau + F_{n-1}(SQ - Q_{n-2} \Delta\tau) \right] \dots n \geq 4 \quad (5-58) \\ F_3(SQ) = g_{f,2}(Q_1 \Delta\tau) \Delta\tau + F_2 \dots n = 3 \quad (5-59) \end{array} \right.$$

ただし、 F_2 は初期状態 C_1, V_1 によって定まる。したがって最適な操作流量の列 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ を求めるには $F_3, F_4, F_5, \dots, F_{n+2}$ を評価して求めれば良い(F_1 は初期値であるが式(5-54)および式(5-55)より $F_1 = f_1 = 0$ である)。なお、 F_i の添え字 i を $(i-2)$ とすれば Q_1, Q_2, \dots, Q_n の

流出水量の総和 $SQ(\tau_f)$ には式 (5-50) のような制約条件があり,

$$SQ_{\min} \leq SQ(\tau_f) \leq SQ_{\max} \quad (5-60)$$

となるが、例えば $\tau_f = 1.0$, $\omega_1 = 3.0$, $Q_1/Q_{DM} = 0.25$, $\phi_1 = 0.8$, $V_0 = 1.0$, $V_{\min} = 0.1$, $V_{\max} = 1.5$ とすると $SQ_{\min} = 0.624$, $SQ_{\max} = 2.024$ となる。また操作可能な最小の単位流量（実際の運転上の技術的な問題もあるが、ここでは最適操作流量を数値計算で求めるのに電算機を用いるのでその際の計算上の制約を受けるという意味で）を $4Q$ とすれば最小の単位水量 $4SQ$ は

$$\Delta S Q = \Delta \tau \cdot \Delta Q \quad (5-61)$$

である。このとき $\tau=0 \sim \tau_f$ の間に操作可能な最大の総単位数を I_{\max} とすると,

$$I_{\max} = \left[\frac{SQ_{\max}}{4SO} \right] \quad (5-62)$$

である（〔 〕はガウス記号）。したがって、 $\Delta Q = 0.1$ 、 $\Delta \tau = 0.1$ とすると $SQ_{\max} = 2.024$ 、 $\Delta SQ = 0.01$ で $I_{\max} = 202$ となる。同様に操作可能な最小の総単位数 I_{\min} も存在する。

上述のような非定常最適操作の方法は要するに式(5-7), (5-8)のような沈殿池に対する適当な非定常モデルを用いて, 操作可能な総流出水量 SQ を操作期間 τ_f 内の各時刻(各段階)において, 濃度 C , 沈殿池貯水容積 V , 操作流量 Q などに対する各種の制約条件すなわち式(5-46), (5-47), (5-48) を満足させながら与えられた式(5-44)の評価関数を最小にするように割当てることになる。

数値計算では操作流量 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ の最適値は次のようにして計算される。⁶⁾ 第 I 段階 ($n=3$) については、総水量 $SQ=0, \Delta SQ, 2\Delta SQ, \dots, I_{\max} \Delta SQ (=SQ)$ の各々に対して式 (5-59) を用いて次のように $F_3(SQ)$ を求める (ただし、 C, V, Q に対する制約条件を満足しないものは後で除かれる)。

$$(I) \left\{ \begin{array}{ll} SQ = Q_1 = 0 & \text{のとき} \\ SQ = Q_1 = \Delta SQ & '' \\ SQ = Q_1 = 2 \Delta SQ & '' \\ \vdots & \\ SQ = Q_1 = I_{\max} \Delta SQ & '' \end{array} \right. \quad \begin{aligned} F_3(0) &= g_{f,z}(0) d\tau + F_z \\ F_3(\Delta SQ) &= g_{f,z}(\Delta SQ) d\tau + F_z \\ F_3(2 \Delta SQ) &= g_{f,z}(2 \Delta SQ) d\tau + F_z \\ &\dots \\ F_3(I_{\max} \Delta SQ) &= g_{f,z}(I_{\max} \Delta SQ) d\tau + F_z \end{aligned}$$

次に第Ⅱ段階 ($n=4$) については式 (5-58) より

$$F_4(SQ) = \min_{Q_2 \Delta \tau} [g_{f,3}(Q_2 \Delta \tau) \Delta \tau + F_3(SQ - Q_2 \Delta \tau)]$$

を $SQ = 0, \Delta SQ, 2\Delta SQ, \dots, I_{\max} \Delta SQ$ について求めればよい。

$$\begin{array}{lcl}
 & SQ = 0 \text{ のとき} & F_4(SQ) = g_{f,2}(0) \Delta\tau + F_3(0) \\
 & SQ = \Delta SQ \text{ ''} & F_4(SQ) = \min \left\{ \begin{array}{l} g_{f,2}(0) \Delta\tau + F_3(\Delta SQ) \\ g_{f,2}(\Delta SQ) \Delta\tau + F_3(0) \end{array} \right\} \\
 & SQ = 2\Delta SQ \text{ ''} & F_4(SQ) = \min \left\{ \begin{array}{l} g_{f,2}(0) \Delta\tau + F_3(2\Delta SQ) \\ g_{f,2}(\Delta SQ) \Delta\tau + F_3(\Delta SQ) \\ g_{f,2}(2\Delta SQ) \Delta\tau + F_3(0) \end{array} \right\} \\
 \text{(II)} & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\
 & SQ = SQ \text{ ''} & F_4(SQ) = \min \left\{ \begin{array}{l} g_{f,2}(0) \Delta\tau + F_3(SQ) \\ g_{f,2}(\Delta SQ) \Delta\tau + F_3(SQ - \Delta SQ) \\ \dots\dots\dots \\ g_{f,2}(SQ) \Delta\tau + F_3(0) \end{array} \right\}
 \end{array}$$

以下同様に第 i 項段階での F_{i+2} は前の第 $(i-1)$ 段階の F_{i+1} を用いて計算し、制約条件を満たすものの中から $F_{i+2}(SQ)$ を選んで最後の $F_{n+2}(SQ)$ に至るまでの計算を行なう。次に $F_{n+2}(SQ)$ の中で最小のものを選べば総水量 SQ と、 $\tau = \tau_f$ における最適操作流量 Q_n が求まる。そして逆に $F_{n+1}(SQ - Q_n)$, $F_n(SQ - Q_n - Q_{n-1})$, $\dots, F_4(Q_2)$, $F_3(Q_1)$ をたどってゆけば、各時刻 $\tau = \tau_f - \Delta\tau$, $\tau_f - 2\Delta\tau$, \dots , $\Delta\tau$, 0 における最適操作流量 Q_{n-1} , Q_{n-2} , \dots , Q_2 , Q_1 が順次、決定されていく。

5-3-2 数値実験による検討

流入水条件の時間的変動に関しては、水量は式 (5-38) で、浮遊物質濃度は式 (5-39) で与えられるものとし、可変容量型の沈殿池操作を行なう。本節では流出水流量の操作パターンについては何ら制限を加えずに全く自由に操作される (ただし、最大流量の制限はある) ことを想定して、沈殿池の非定常最適操作についての検討を加えた。また沈殿池底面からの沈殿物の再浮上も考慮している。

式 (5-7), (5-8) の非定常集中系モデルを用いて式 (5-58), (5-59) の関数方程式で示される非定常最適操作を行なう。数値実験は式 (5-21) で定義される無次元数 p が 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 10.0 の各値について、評価関数 (5-44) に含まれる係数 (重み) a_1 , a_2 を Table. 5-3. のように変化させて行なった。 p は流入水中の浮遊物質の沈降特性、平均流入流量、および沈殿池底面積によって変化するものであるが、浮遊物質の沈降特性が対象としている操作期間中に変化しないものとする、 p はその期間においては一定とみなすことができる。また重み a_1 と a_2 とは Table. 5-3. では補数の関係で変化させてい

るが、これらの値はその流入原水の処理の目的に応じて、任意に設定されるべきものでTable.5-3の値は単なる一例にすぎない。表の場合には a_1 と a_2 との重みを相対的な大ききで表現するために補数の関係で与えているが任意の値をとる場合にはそれらを a'_1, a'_2 とし $a_1 = a'_1 / (a'_1 + a'_2)$, $a_2 = a'_2 / (a'_1 + a'_2)$ と書きかえれば a_1 と a_2 とは本数値実験で用いた a_1 と a_2 とに全く等しい関係をもつ。

非定常最適操作を行なう期間 τ_f は流入水の浮遊物質濃度および流量の変動の予測がすでに行なわれている期間については、任意の長さにとり得るが、ここでは操作期間を適当な数に分割し、操作の方策を示す関数方程式は式 (5-58), (5-59) のような離散的な形を用い、各ステップでの数値 $F_i(SQ)$ を記憶しておく必要があるので、電算機の容量によって、その総ステップ数などには制限がある。1回の最適操作の期間があまり長くなければ、少ないステップ数でも計算の時間幅はそう大きくはならない。また、1回の操作期間を長くすると、流入水条件の予測そのものも不正確になるであろうし、最適操作自身の厳密さも薄れてくるものと思われる。 $\tau_f = 1.0$ とすると τ_f は沈殿池の最適操作を行なう期間の平均的な理論滞留時間に相当する。したがって、例えば通常の水処理施設の場合には理論滞留時間は1～2時間前後が適当であるとされているから、5～10分程度の間隔で流出水流量の操作を行なうものとする、0.1程度の時間幅で計算すればよい。本数値実験では $\tau_f = 1.0$ とし 0.1 の時間間隔で流出水流量の操作を行なっているから、対象としている期間では10回の流量操作を行なうことになる。しかし、このようなタイム・インターバルはケース・バイ・ケースで変るべきものであることは言うまでもない。

操作可能な流量の最小単位は数値計算の都合上、無次元流量で 0.1 としている。この値を小さくし過ぎると、やはり評価関数の計算量や必要な記憶容量が増し、制限を受けるものと思われる。流量の最小単位を 0.1 とした場合には、流出水流量 Q には式 (5-48) のような制約条件があったから $Q_{\min} = 0$, $Q_{\max} = 3.0$ とすると操作流量は

$$Q = 0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 2.9, 3.0$$

のうちいずれかの値をとることになる。また沈殿池貯水容積 V に対する制約条件では $V_{\min} = 0.1$, $V_{\max} = 1.5$ としている。以上のような条件のもとに操作可能な流出水流量の総和 SQ を求めると式 (5-50) より

$$0.63 \leq SQ(\tau_f) \leq 2.02$$

となる。

式 (5-58), (5-59) に基づいて、 $\tau = 0 \sim 1.0$ の間の沈殿池の非定常最適操作を行なった場合の流出水流量 Q , 流出水中の浮遊物質濃度 C , 沈殿池の貯水容積 V の時間的変化のパターンを示すと Fig. 5-11～Fig. 5-16 のようになる。なお、流入条件は濃度 C_{IN} と流入水流量 Q_{IN} との周期が一致した、最も負荷変動の激しい状態の場合である。

無次元数 p が変化すれば、除去効率が変わるために、予想されるごとく沈殿池流出水の浮遊物質濃度も変化している。また重み係数 a_1, a_2 の値によっては流出水流量の操作パターンは変化しているし、それに応じて沈殿池の貯水容積も変化している。 p が大きいほど、すなわち理想沈殿池を想定した場合の除去効率が良いほど、流出水中の浮遊物質濃度は低くなるが、Table 5-3.に見られるごとく、総処理水量 SQ は

必ずしも多くはならない点が注目される。このことは総処理水量 SQ が含まれた評価関数を考慮する余地のあることを示すものと思われる。

Table 5-3. Variations of Weighting Factor(a_1, a_2), Value of Objective Function X and Total Discharge SQ

a_1	a_2	X					SQ				
		$P_{0.5}$	$P_{1.0}$	$P_{1.5}$	$P_{2.0}$	$P_{10.0}$	$P_{0.5}$	$P_{1.0}$	$P_{1.5}$	$P_{2.0}$	$P_{10.0}$
1.000	0.000	0.873	0.795	0.727	0.666	0.251	13.2	13.2	13.2	13.2	13.2
0.995	0.005	0.874	0.797	0.729	0.668	0.255	13.2	13.2	13.2	13.2	13.2
0.975	0.025	0.878	0.803	0.736	0.677	0.272	13.2	13.2	13.2	13.2	13.2
0.925	0.075	0.883	0.814	0.751	0.697	0.310	14.7	13.2	13.2	13.2	13.2
0.875	0.125	0.879	0.815	0.759	0.709	0.341	15.0	13.2	13.2	13.2	14.0
0.825	0.175	0.872	0.811	0.760	0.714	0.366	17.6	15.2	15.0	14.5	15.0
0.775	0.225	0.866	0.804	0.758	0.715	0.390	20.1	15.0	15.0	15.0	15.1
0.725	0.275	0.858	0.791	0.752	0.715	0.414	20.1	18.0	15.0	15.1	15.0
0.675	0.325	0.851	0.779	0.743	0.710	0.432	20.2	18.1	18.0	15.0	18.0
0.625	0.375	0.844	0.766	0.734	0.703	0.450	20.2	20.0	18.2	18.0	18.1
0.575	0.425	0.837	0.750	0.721	0.697	0.466	20.2	20.2	20.2	18.2	18.4
0.525	0.475	0.830	0.735	0.704	0.686	0.477	20.2	20.0	20.2	18.3	17.1
0.475	0.525	0.823	0.720	0.688	0.670	0.487	20.2	20.0	20.2	20.2	17.2
0.425	0.575	0.815	0.705	0.673	0.654	0.493	20.2	18.6	20.2	20.2	17.4
0.375	0.625	0.808	0.687	0.656	0.639	0.498	20.2	19.7	20.2	20.2	17.5
0.325	0.675	0.801	0.671	0.639	0.622	0.502	20.2	19.7	20.2	20.1	20.2
0.275	0.725	0.794	0.655	0.622	0.604	0.505	20.2	19.7	20.2	19.9	20.2
0.225	0.775	0.786	0.639	0.605	0.587	0.508	20.2	19.7	19.3	19.9	20.2
0.175	0.825	0.779	0.623	0.587	0.570	0.507	20.2	19.7	18.4	18.4	20.2
0.125	0.875	0.772	0.615	0.570	0.552	0.500	20.2	19.6	18.4	18.4	20.2
0.075	0.925	0.765	0.599	0.553	0.535	0.492	20.2	19.6	18.4	18.4	20.2
0.025	0.975	0.758	0.584	0.536	0.518	0.470	20.2	19.6	18.4	18.4	19.9
0.000	1.000	0.754	0.576	0.527	0.509	0.464	20.2	19.6	18.4	18.4	19.9

評価関数 (5-44) に含まれる流出水中の浮遊物質の平均濃度にかかる重み a_1 と沈殿池平均貯水容積にかかる重み a_2 との組み合わせによってその非定常操作のパターンも図に見られるごとく相当、異なってくるし、また総処理水量 SQ も Table 5-3. のように変化している。平均濃度を重視した場合 ($a_1 > a_2$) の極限 ($a_1 = 1, a_2 = 0$) の方が平均貯水容積を重視した場合 ($a_1 < a_2$) の極限 ($a_1 = 0, a_2 = 1$) よりも評価関数の値は大きくなっている。流出水流量による操作では沈殿池の平均貯水容積を小さくすることよりも流出水平均濃度を下げることの方がより困難であることを示すものと言えよう。 Table 5-3. を見ると操作期間 τ_f にわたる流出水の総操作水量 SQ が最大となるのは必ずしも貯水容積 V を小さくすることに重点を置いた場合の極限 ($a_1 = 0, a_2 = 1$) においてではなく、むしろその極限にいたる途中の段階 a_1

$\neq 0$, $a_1 < a_2$ の場合に SQ の最大値が実現されている。これは沈殿池底面からの沈殿物の再浮上が加味されているためと思われる。数値実験では $a_1 + a_2 = 1$ としているので、貯水容積にかかる重み a_2 が大きくなると濃度にかかる重み a_1 は小さくなる。したがって濃度 C は少々高くなっても、できるだけ貯水容積 V を減すように、非定常操作されるわけであるが、初期の段階から貯水容積 V を減すように Q を大きくすると、沈殿物の再浮上が大きくなり、操作期間の前半において濃度が高くなり、制約条件 $C \leq C_{\max}$ によって、それ以後の操作流量がかえって抑えられるためであろう。数値実験の結果からは図に見られるごとく、濃度重視型の非定常操作では流量 Q は前半よりも後半に大きくなり、貯水容積重視型では Q は後半よりも前半に大きくなる傾向が見られる。このように貯水容積重視型操作では操作期間の後半に流出流量 Q が小さくなるという数値実験の結果は次のように説明されよう。すなわち、操作期間を通じて、貯水容積 V を小さくしておくためには操作の初期の段階から流出流量 Q を大きくとり貯水容積を小さくしておく必要があるが、 V を小さくしておく後半に流出水濃度 C が次第に高くなるので制約条件 $C \leq C_{\max}$ を満すべく、流出流量 Q を抑えるようになるからであると思われる。また濃度重視型操作で操作期間後半に流出流量 Q が大きくなるのは、濃度 C を低くするためには、沈殿物の再浮上を小さくするべく、沈殿池の水深を大きく、したがって流出流量 Q を小さくしなければならないが、容積 V に対する制約条件 $V_{\min} \leq V \leq V_{\max}$ があるので、いつまでも流出流量 Q を小さくして、貯水容積を増加さすわけにはいかず後半に流出流量 Q をある程度増加させなければならなかった結果であると解釈できよう。

また、数値実験の結果みられる流量操作パターンのもう1つの特徴は流量が制約条件の両端 Q_{\max} と Q_{\min} とに設定されることが多く、その間の流量で操作されることは比較的少ないことである。

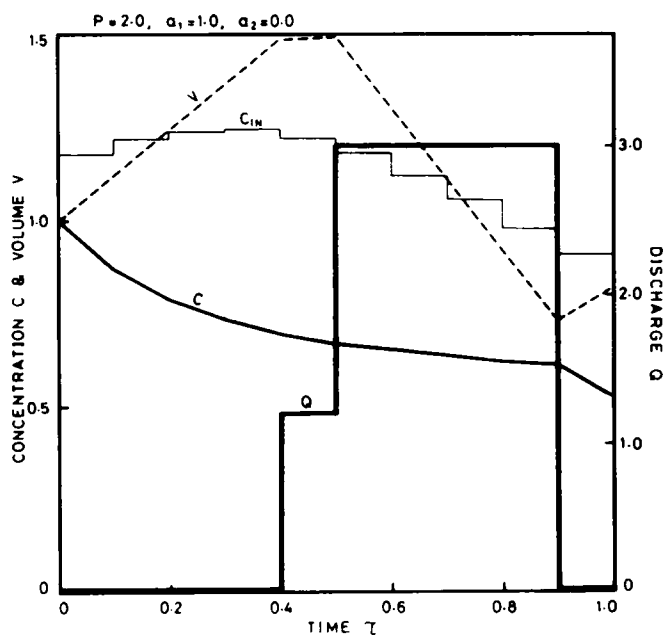


Fig. 5-11. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (1)

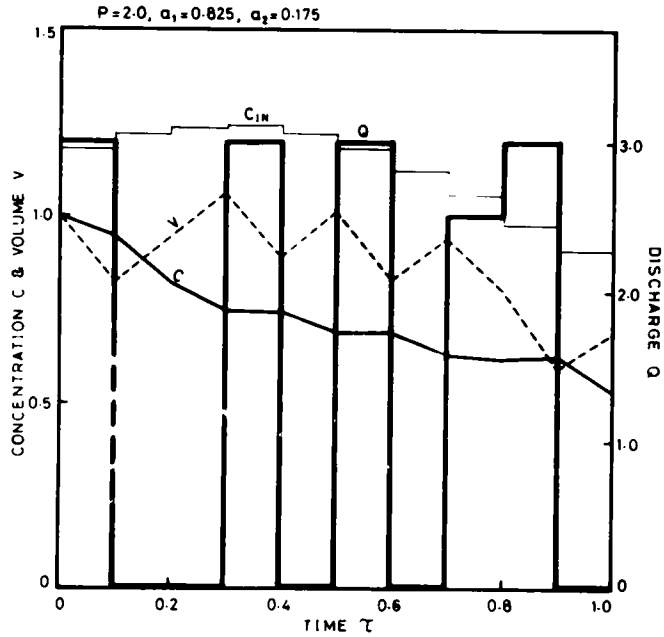


Fig. 5-12. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (2)

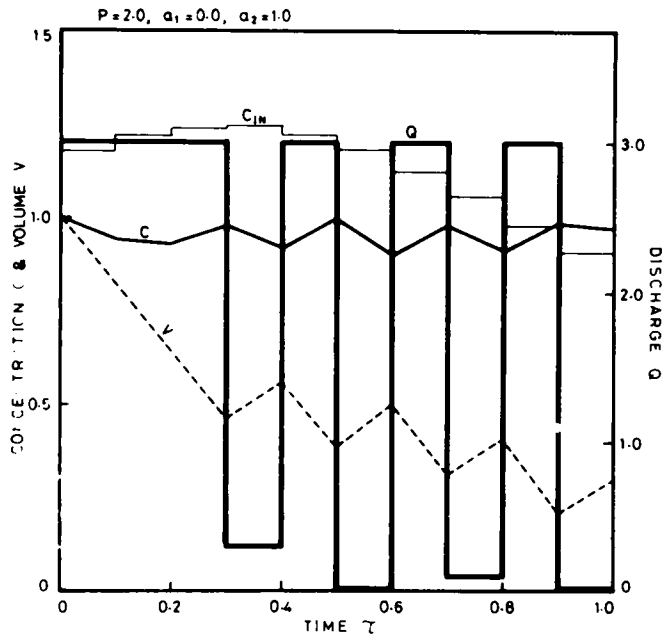


Fig. 5-13. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (3)

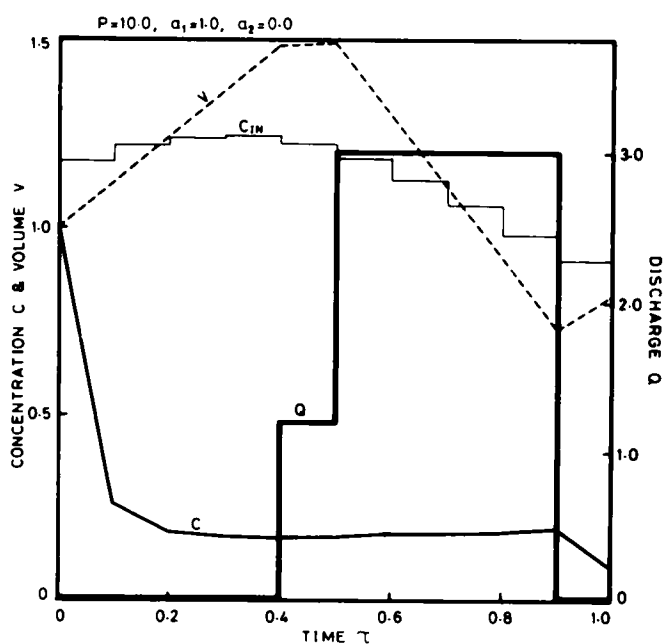


Fig. 5-14. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C , and Volume V with Time τ (4)

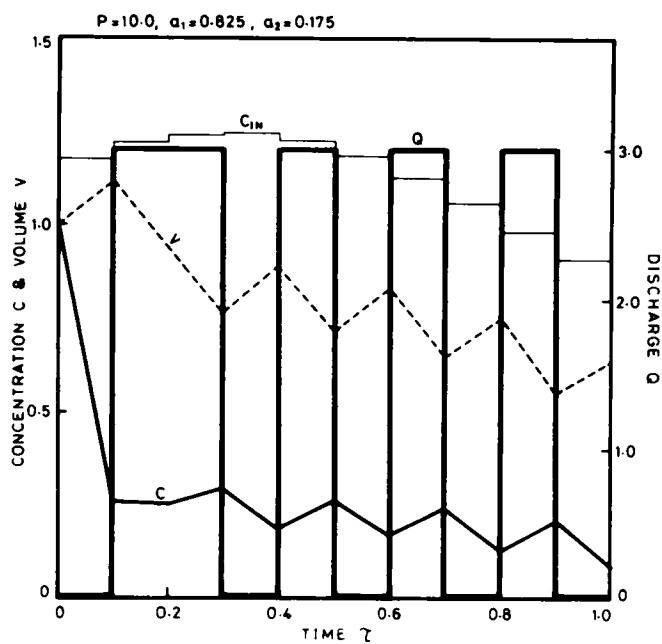


Fig. 5-15. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (5)

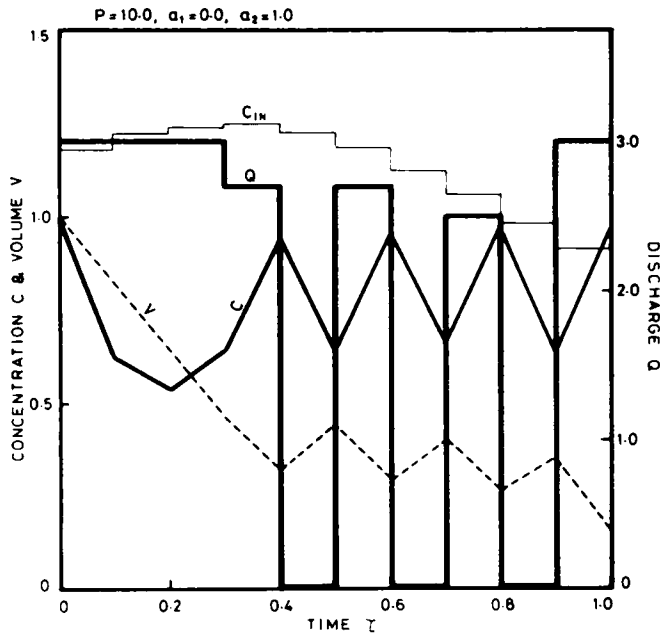


Fig. 5-16. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (6)

数値実験では流量の操作パターンは評価関数 (5-44) における係数 a_1 と a_2 の値によって相当変化する事が示されている。したがって 5-2-2 で述べたような濃度の変動や貯水容積の変動などを更に評価関数に考慮した場合には、また異なった流量操作のパターンの得られることが予想される。

次に評価関数 (5-44) で $a_1=1$, $a_2=0$ として、流出水中の浮遊物質濃度に関して、可変容量型の最適操作を行なった場合と、従来のように固定容量として最適操作を行なわなかった場合とを比較して Fig. 5-17. ~ Fig. 5-21. に示す。最適操作を行なった場合には、操作期間の大部分において、最適操作を行なわなかった場合よりも流出水濃度は低く、改善されている様子がわかる。ただ期間の後方で最適操作を行なった方が、最適操作をしなかったものよりも若干、流出水濃度の高い部分が認められるが、平均濃度を調べると Table 5-4. のようになり、明かに最適操作を行なったものの方が良好な結果の得られることを示している。

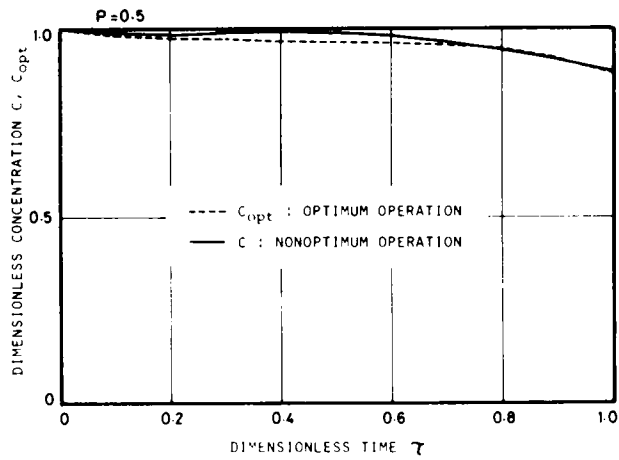


Fig. 5-17. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (1)

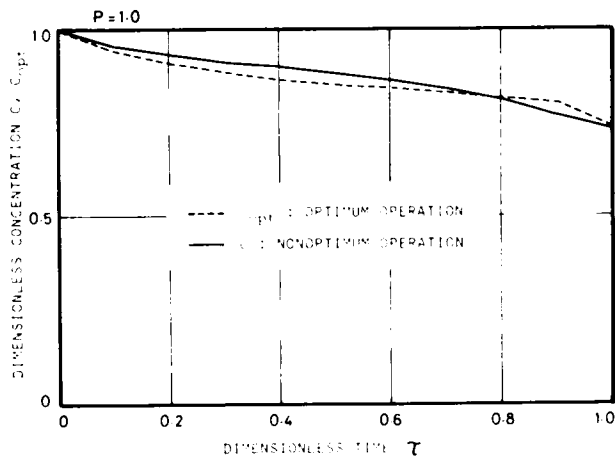


Fig. 5-18. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (2)

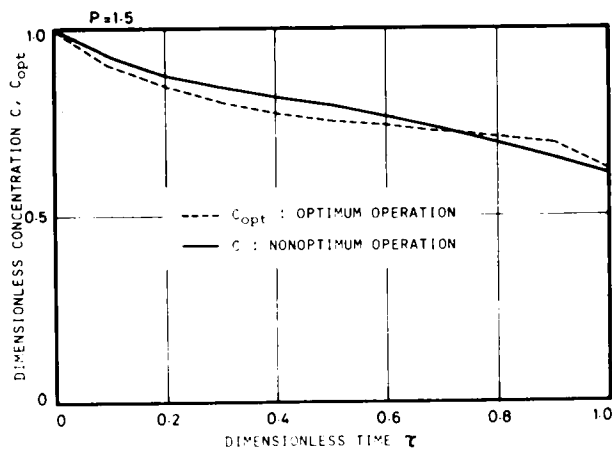


Fig. 5-19. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (3)

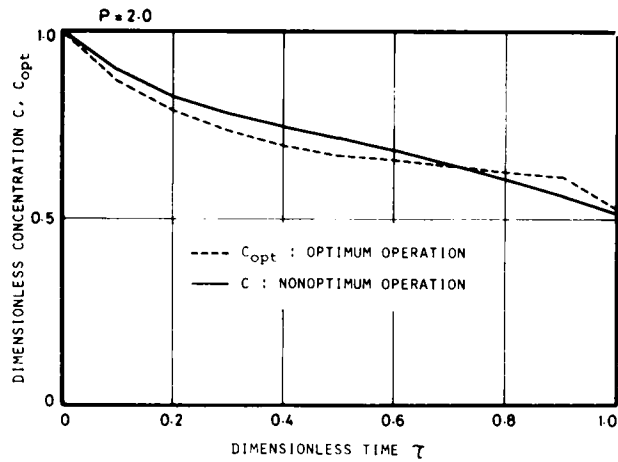


Fig. 5-20. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (4)

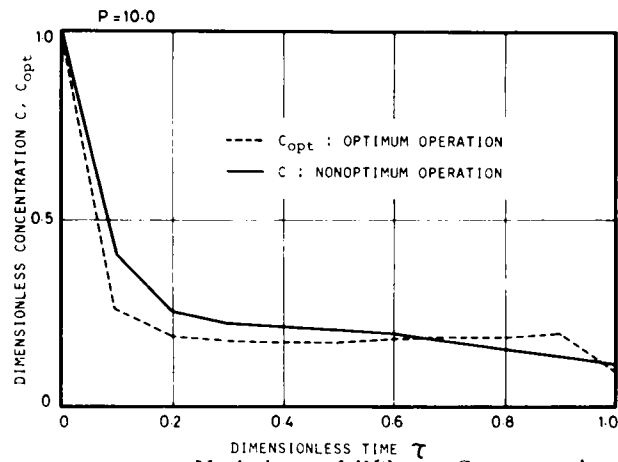


Fig. 5-21. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (5)

Table 5-4. Average Concentrations in Case of Optimum Operation and in Case of Nonoptimum Operation.

P	Optimum Operation	Nonoptimum Operation
0.5	0.958	0.969
1.0	0.863	0.875
1.5	0.780	0.794
2.0	0.709	0.725
10.0	0.254	0.280

5-4 要 約

本章で得られた結果を要約すると次のようになる。

1) 沈殿池内の浮遊物質に対する3次元の非定常拡散方程式を場所的に集中化し、再浮上パラメータ k によって沈殿池底面での物質移動過程に沈殿物の再浮上という概念を導入して、水質に対する集中系の連続の式を導いた。これと水量に対する集中系の連続の式とあわせて、沈殿池の非定常操作を目的とする非定常モデルが得られた。

2) 沈殿池の非定常操作を目的とする場合には、主として数式の取扱い易さからではあるが、現段階では時間に関して、変係数を有する集中系モデルを用いるのが適当であると思われる。また、数値実験の結果も十分使用目的にかなうことを示している。

3) 従来の沈殿池の定常運転(固定容量型)に対して、沈殿池の除去機能と貯水機能とを組み合わせた可変容量型の非定常運転を提案し、流出水濃度と貯水容積とを変数とする非定常操作の評価方法について検討を加えた。このような非定常運転および評価の方法に従って正弦波的な流出流量を想定して沈殿池の非定常操作を電算機によりシミュレートすると操作変数が角周波数、変動振幅、流入水に対するタイム・ラグのいずれについても操作に最適性の存在することが確かめられた。

4) この沈殿池集中系モデルを用いて流出水について任意の流量操作を想定して、可変容量型の非定常最適操作の方法を理論的に示し、実際に数値実験により若干の非定常最適操作のパターンを求めた。その結果、評価関数に含まれる濃度および貯水容積のそれぞれにかかる重み a_1 および a_2 の値の設定の仕方により操作パターンはかなり異なることが明かとなった。

参 考 文 献

- 1) 高松武一郎・井上頼輝・内藤正明・芝 定孝 : 矩形沈殿池の非定常解析について, 昭和47年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 昭和47年6月, pp. II-51-1~II-51-2.
- 2) 高松武一郎・井上頼輝・芝 定孝 : 沈殿池の操作について, 土木学会第27回年次学術講演会講演集第2部, 昭和47年10月, pp. 495~496.
- 3) 高松武一郎・井上頼輝・芝 定孝 : 沈殿池の操作変数に関する一理論的考察, 土木学会論文報告集, 第209号, 1973年1月, pp. 85~94.
- 4) R. Byron Bird, Warren E. Stewart, and Edwin N. Lightfoot, "Transport Phenomena," John Wiley & Sons, N.Y., 1960, p.731.
- 5) Richard Bellman, "Dynamic Programming," Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957.
- 6) 高松武一郎 : プロセスシステム工学—XVII, 制御工学, 第11巻 第1号, 1967, pp. 45~50.
- 7) Auton E. Sparr, "Operation of Sedimentation Tanks," Journal Water Pollution Control Federation, Vol.36, No.6, 1964, pp.760~766.

第 6 章 結 論

6-1 主要な成果と今後の問題点

本研究で得られた成果をまとめ、今後に残された問題点について考察する。まず、本研究で得られた成果は次のようなものである。

- 1) 乱れによる浮遊粒子の混合と沈殿物の沈殿地底面からの再浮上とを考慮した沈殿池モデルを組み立て、このモデルを用いて、池内の流れ方向および鉛直方向の2次元の乱流混合を考慮した沈殿池内の濃度分布式を求めた。
- 2) 沈殿池底面での沈殿プロセスの系内外への物質移動過程を記述する再浮上パラメータ k について、模型水槽による実験的検討を行ない、 k は池内の水理量すなわち乱流拡散係数 E_x （あるいはフルード数）によって表現され得ることを示した。
- 3) 1次元の定常分布系モデルにより最適水深の存在を理論的に示し、また模型沈殿槽実験によっても最適水深の存在を確かめた。
- 4) 沈殿池の非定常特性について解析し、流入水の条件が変化した場合の池内の濃度分布、あるいは流出水の濃度の時間的変動を調べたところ、再浮上パラメータ k が非定常特性にも重要な役割をしていることがわかった。
- 5) 沈殿池の集中系モデルを組み立て、沈殿池の可変容量型操作の方法を示し、その場合の非定常操作における最適性の存在を明かにし、数値実験により、流出水流量の非定常最適操作のパターンについて若干の例を示した。

次に、今後さらに解決すべき問題点としては、沈殿池内の流動について、沈殿池モデルをパラメータの評価も含めて現象論的により厳密なものとするものに関することと最適設計、最適操作を行なう上で、沈殿池の構造を改善することに関するものが考えられる。

1) モデルは乱れによる混合と沈殿物の再浮上とのみを考慮したものであるが、さらに、死水域、水平面内の短絡流、循環流などの現象も考慮すべきである。

2) 最適設計あるいは非定常最適操作においてはモデル中に含まれる乱流拡散係数や再浮上パラメータなどの評価を適切に行なう必要があり、実際的なパラメータ評価の方法を確立すべきである。

3) 最適設計あるいは最適操作を行なう上で、問題となるのは水深に対する沈殿池構造上の制約である。とくに沈殿池を浅くできる限界は沈殿池底面に沈積した汚泥の掻き寄せ機にあるとも言われるが、水深に対して構造上の制約を与えないような排泥装置の開発が望まれる。このような意味からは末石の多孔管型集水装置¹⁾と横から流出入のある管路の集水特性を応用した末石および山田のスリット管による沈殿池排泥の理論²⁾は非常に興味ある研究であろう。³⁾

4) 可変容量型の非定常最適操作ではとくに水面が上下するので、水面のコントロール^{4), 5)}と流出水の集水装置とが問題となる。単純な越流堰では流量操作の範囲は非常に限られたものとなるから沈殿池の自由水面の上下ともに鉛直方向に移動する例えば潜水式の集水装置（submerged collector）⁶⁾ ごときのもの

の開発と実用化が必要である。

上述のような問題点はあるにしても、沈殿池モデル自身に限って言えば、流入水と流出水の流量および、浮遊物質濃度を計測しておけば、原理的にはモデル中のパラメータは常に再評価することが可能で、モデルは使えば使うほど、ある程度までは精度が良くなっていくものと思われる。すなわちモデルを使い始める出発点ではそのモデルを第1近似と考えれば、モデル中のパラメータを再評価修正していくことにより、単調に精度が良くなっていくとは限らないにしても、より現実的なものへと近似されたモデルの近似列が得られるものと考えられる。このようなわけで本論文の主眼とするところは沈殿池の最適設計および最適操作を方法論的に考察することであり、本研究で用いられる乱流拡散係数あるいは再浮上パラメータなどの絶対値そのもの、あるいは最適水深、あるいは最適操作のパターンそのものを、普遍的なものとして物性値というような見地から求めることではない。したがって本論文におけるパラメータの値は、このようなモデルの近似列における一断面での値にすぎないことを認識しておく必要がある。

6-2 沈殿池モデルの応用について

流れ系における沈殿物の再浮上を含む沈殿池モデルは水処理プラント以外の他の現象に対しても、その方法論あるいは考え方を適用することができるものと思われるが、その若干の例を以下に示す。

1) 揚水式発電の貯水池操作による水質変動

本沈殿池モデルは貯水池あるいは河川等における浮遊物質濃度の予測にも適用可能であろう。放水操作などに際しては水質変動が問題となるが、本論文に述べた非定常操作の方法論はそのまま適用され得るものと思われる。とくに周期的に大幅な流量操作が行なわれる揚水式発電の場合には放放水時に揚水上池および下部貯水池などの水系の水質に与える影響が問題となる⁷⁾。その場合の浮遊物質の濃度予測にも本モデルはそのまま有効に適用されよう。

2) 湖沼における植物プランクトンの現存量 (standing crop) の変動

海洋や湖沼において植物プランクトン (phytoplankton) は物質生産を行なう主要なものの1つである。時岡らによるとプランクトンは自由水塊の内部で生活しているが遊泳力を欠き、その自主的な運動が、そのまわりの水の渦動 (turbulence) にくらべて小さく、水中での浮遊生活に適応した漂泳生物である⁸⁾。植物プランクトンはこのような性質を有するプランクトンのうちで超微細から小型までのもので、したがって、植物プランクトンの湖沼などの流れの場における運動は無生物の浮遊粒子とほぼ同一の挙動を示すものと仮定できよう。ゆえに湖沼における水の流動特性に起因する乱れ混合あるいは移送は本沈殿池モデルにおける拡散および移送現象によって取扱うことが可能と思われる。

漂泳している植物プランクトン中で消費者 (predator) すなわち動物プランクトン (zooplankton) などによる捕食をまねがれたものの多くは漂泳界 (pelagic domain) からそのまま沈降して、湖底に沈殿し、多くは底生動物によって捕食される。植物プランクトンに注目すれば、このような漂泳界から底生界 (ben-

thic domain)への沈降と底生界での捕食とは植物プランクトンの漂泳界からの消滅という点において、沈殿池での浮遊粒子の沈殿除去と同じである。また、植物プランクトンの漂泳界における捕食も消滅という意味で同様に沈殿による除去にアナロジーされよう。

湖底に沈殿した植物プランクトンはそのまま、あるいはその遺体が酵素や腐敗細菌などによって分解され有機物破片すなわちデトリタス (detritus) として、湖内の流動その他によって底生界から再び生産の場としての漂泳界に再浮上するものと考えられるが、これは沈殿池における沈殿物の再浮上と同じ現象と見なしうるであろう。また植物プランクトンは漂泳界において光エネルギー、溶存ガス、栄養塩類などを利用して光合成を行い、無機物から有機物を生産し、増殖を行なう。この現象も有機物という点に注目すれば、湖沼での物質の生成を意味し、沈殿池モデルにおける沈殿物の再浮上にアナロジーされよう。

要するに、Fig. 6-1. に示すように植物プランクトンは湖沼の漂泳界において、水の流動により移送あるいは拡散されており、漂泳界と底生界との間では文字どおりの沈降と再浮上とが存在する。また、漂泳界内部においても、植物プランクトンの光合成による生産 (production) と動物プランクトンなどに捕食されることによる消費 (consumption) が存在するが、これらは沈殿池における再浮上と沈降とに近似的にアナロジーされるものと思われる。

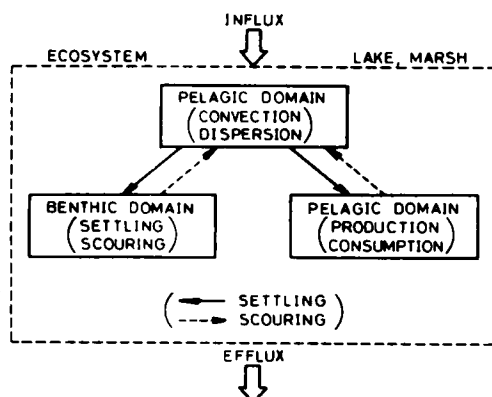


Fig. 6-1. A Model for Behaviour of Phytoplanktons in Lakes and Marshes

3) 多孔質層を通過する溶液中の放射性核種の濃度変動

放射性核種を含む水が砂層のような多孔質層を流れる場合には、井上によると一般にその放射性核種の移動の記述には拡散方程式を用いることが多い。この放射性核種を含む水が多孔質層を流下する間に放射性核種はその放射能を自己崩壊により減衰せしめると同時に多孔質層に捕捉され減少するが、通水している間に一度捕捉されたものが再び流出することが考えられる。このような場合には捕捉 (自己崩壊を含む) ⇒ 沈殿除去、流出 ⇒ 再浮上 のようにアナロジーすることにより、本沈殿池モデルの考え方を適用できるのではないかとと思われる。

4) 水域に放流された放射性核種の濃度変動

河川、湖、海洋などの流動が生じている水域に放射性核種を含む溶液が放流されると放射性核種の流れによる移送と乱れによる拡散が生じる。ところがWhite らによると、さらに放射性核種の一部は水域の底面における沈殿物に吸着されたり、あるいは、それが再び溶出するし、また水中に生物が存在すればそれにより、放射性核種は取込まれたり、排出されたりする。¹⁰⁾この現象を本沈殿池モデルと対比して考えると、沈殿物および水中生物による放射性核種の吸着と取込みは沈殿現象に、溶出と排出は沈殿物の再浮上現象にそれぞれアナロジーされ得るものと思われる。

参 考 文 献

- 1) 末石富太郎：多孔管型集水装置の水力設計について，土木学会論文集，第63号，昭和34年7月，pp.36~47.
- 2) 末石富太郎：横から流出入のある管流の特性と集水埋渠の水力設計について，工業用水，第17号，昭和35年2月，pp.6~23.
- 3) 末石富太郎，山田 淳：スリット管による沈殿池排泥の理論，水道協会雑誌，No.441，1971年6月，pp.15~23.
- 4) James R. Daneker, "Automatic Control (Part 7 : Floating Control)," Water & Sewage Works, Vol.117, No.6, 1970, pp.184~189.
- 5) James R. Daneker, "Automatic Control (Part 8 : Floating Control of Water Level)," Water & Sewage Works, Vol.117, No.7, 1970, pp.242~245.
- 6) Theodore V. Lutge, "Hydraulic Control Utilizing Submerged Effluent Collectors," Journal Water Pollution Control Federation, Vol.41, No.7, 1969, pp.1451~1455.
- 7) John Z. Reynolds, "Water Quality in Pumped Storage Reservoirs," Journal of the Power Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.93, No.PO2, 1967, pp.15~35.
- 8) 時岡 隆，原田英司，西村三郎：海の生態学，築地書館，東京，1973年5月，p.194.
- 9) 井上頼輝：放射性廃棄物の地中処分に關する基礎的研究，京都大学学位論文，昭和46年6月，pp.32~39.
- 10) Allen White and Earnest F. Gloyna, "Radioactivity Transport in Water-Mathematical Simulation," Technical Report-19 to the U. S. Atomic Energy Commission, The University of Texas at Austin, 1970, pp.1~30.

付 録

A-1 乱流拡散係数 E_x , E_z の算定法

1 次元拡散方程式および 2 次元拡散方程式をそれぞれ

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (\text{A-1-1})$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (\text{A-1-2})$$

とする。 x 軸方向については流速 u が存在するために乱流拡散係数 E_x あるいは K_x には乱れによる拡散の他に速度分布に基づく拡散的な効果が加わってくる。^{1)~10)} しかも、この速度分布による拡散的な効果は乱れによる拡散よりも相当大きいので、Taylor や Elder の計算によれば、それぞれ速度分布による拡散的な効果は乱れ自身による拡散の約 200 倍と約 80 とにもなる。^{11), 12)}

以下に、この乱流拡散係数の算定法について述べる。式 (A-1-2) の x 軸方向の拡散項を無視し、

$$u = \bar{u} + u'$$

$$x = \xi + \bar{u} t$$

とおく。Taylor, Elder 等と同様に^{11), 12)}

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial C}{\partial \xi} = 0$$

と仮定すると式 (A-1-2) は

$$u' \frac{\partial C}{\partial \xi} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (\text{A-1-3})$$

となる。また水深を h とし、 $z = hw$ とすれば式 (A-1-3) は

$$h^2 u' \frac{\partial C}{\partial \xi} = E_z \frac{\partial^2 C}{\partial w^2} \quad (\text{A-1-4})$$

と書き換えられる。さらに、Taylor, Elder 等の仮定にしたがって C を w に独立な P と ξ に独立な Q とにわけ、

$$\left. \begin{aligned} C &= P + Q \\ \frac{\partial P}{\partial w} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \xi} &= \text{constant} \\ \frac{\partial Q}{\partial \xi} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-1-5})$$

とすると、式 (A-1-4) は

$$h^2 u' \frac{\partial P}{\partial \xi} = E_x \frac{\partial^2 Q}{\partial w^2} \quad (\text{A-1-6})$$

となり、したがって Q は

$$Q = \frac{h^2}{E_x} \frac{\partial P}{\partial \xi} \int_0^w \left(\int_0^w u' dw \right) dw \quad (\text{A-1-7})$$

となる。式 (A-1-5) の仮定および Fick の拡散則より

$$\int_A u' Q dA = -D_x A \frac{\partial P}{\partial \xi} \quad (\text{A-1-8})$$

と書ける。ただし、 A は流れに垂直な断面の面積で、 D_x は上式で定義される拡散係数に相当するものである。式 (A-1-7) を式 (A-1-8) に代入すると

$$\frac{h^2}{E_x} \int_A u' \left\{ \int_0^w \left(\int_0^w u' dw \right) dw \right\} dA = -D_x A \quad (\text{A-1-9})$$

となる。次に槽内において次式が成立すると仮定する (水路においては実験的に認められている)¹³⁾

$$\frac{u_0 - u}{u_\tau} = F(w) \quad (\text{A-1-10})$$

ただし、 u_0 は槽中央の流速、 u_τ は摩擦速度、 $F(w)$ は w の関数である。ここで、槽内の流速分布が対数則に従うものと仮定すると関数 $F(w)$ は次のようになる。

$$F(w) = \text{constant} - \frac{1}{\kappa} \log_e (1-w) \quad (\text{A-1-11})$$

ただし、 κ はカルマン定数で $\kappa \sim 0.4$ ¹⁴⁾ である。式 (A-1-10) および (A-1-11) より速度の乱れ成分 u' は

$$u' = \frac{u_\tau}{\kappa} \{ 1 + \log_e (1-w) \} \quad (\text{A-1-12})$$

となる。式 (A-1-12) を式 (A-1-9) に代入して積分する。

$$\frac{h^2}{E_x} \left(\frac{u_\tau}{\kappa} \right)^2 \left(-\frac{2}{27} \right) = -D_x \quad (\text{A-1-13})$$

物質輸送と運動量輸送との間にレイノルズ相似則が成立するとすれば、

$$E_z(z) = -\frac{\overline{v' C'}}{\frac{\partial C}{\partial z}} = -\frac{\overline{v' u'}}{\frac{\partial u}{\partial z}} \quad (\text{A-1-14})$$

レイノルズ応力 $\overline{u' v'}$ は剪断応力 τ と水の密度 ρ とを用いて、

$$\overline{u' v'} = -\frac{\tau}{\rho} \quad (\text{A-1-15})$$

とあらわせる。また剪断応力 τ の分布が槽内において直線的であると仮定すれば、

$$\tau = \tau_0 w \quad (\text{A-1-16})$$

である。ただし、 $\tau_0 = \rho u_\tau^2$ 。したがって式 (A-1-10), (A-1-11), (A-1-14), (A-1-15), (A-1-16) を用いて $E_z(z)$ は次のように書ける。

$$E_z(z) = \kappa h u_\tau w (1-w) \quad (\text{A-1-17})$$

よって $E_z(z)$ の断面平均値 E_z は

$$E_z = \int_0^1 E_z(z) dw = \frac{1}{6} \kappa h u_\tau \quad (\text{A-1-18})$$

となる。式 (A-1-13), (A-1-18) より u_τ を消去すれば

$$E_z = \frac{3}{8} \kappa^4 D_x \quad (\text{A-1-19})$$

が得られる。¹⁵⁾ ここで、カルマン定数を $\kappa = 0.4$ とすると

$$E_z = 9.6 \times 10^{-3} D_x \quad (\text{A-1-20})$$

である。 E_x については乱れ自身による拡散の成分を無視すると (等方性乱れを仮定すれば式 (A-1-20))

より乱れ自身による拡散は D_x の 10^{-2} 倍程度である),

$$E_x = D_x$$

D_x は式 (A-1-8) から明かなように 1 次元拡散の拡散係数と見なすことができる。したがって D_x を式 (A-1-1) の拡散係数 K_x と同じものと仮定する。以上より E_x , E_z および K_x との関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} E_x &= K_x \\ E_z &= 9.6 \times 10^{-3} K_x \end{aligned} \quad (A-1-22)$$

この K_x はモーメント法¹⁶⁾によって求めることができる。まず式 (A-1-1) を $\xi = x - \bar{u}t$ (以下 \bar{u} は式 (A-1-1) と同様に単に u と書くことにする) なる座標変換を行ない,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} \quad (A-1-23)$$

とし、両辺に ξ^2 をかけ ξ について $+\infty \sim -\infty$ で積分すれば、 C がトレーサー濃度であることより、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial C}{\partial t} \xi^2 d\xi = 2K_x \int_{-\infty}^{+\infty} C d\xi \quad (A-1-24)$$

となる。したがって、

$$K_x = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} C \xi^2 d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} C d\xi} \right\} \quad (A-1-25)$$

あるいは、

$$K_x = \frac{1}{2} \frac{\Delta \sigma_\xi^2}{\Delta t} \quad (A-1-26)$$

となる。ただし、

$$\sigma_\xi^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} C \xi^2 d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} C d\xi} \quad (A-1-27)$$

しかるに、 $\xi_i = x - u t_i$ であるから

$$\sigma_{\xi i}^2 = \frac{u^2 \int_{-\infty}^{+\infty} C (t - t_i)^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} C dt} \quad (\text{A-I-28})$$

である。 t_i は観測点 i におけるトレーサの到達時間に相当するから

$$t_i = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} C t dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} C dt} \quad (\text{A-I-29})$$

よって、

$$\sigma_{\xi i}^2 = u^2 \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} C t^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} C t dt} - \left(\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} C t dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} C dt} \right)^2 \right\} \quad (\text{A-I-30})$$

トレーサ応答によって得た時間対濃度曲線により式 (A-I-30) で $\sigma_{\xi i}^2$ を計算すれば式 (A-I-22) および (A-I-26) を用いて E_x および E_z を算定できる。

A-II 式 (5-5) と式 (5-7) の誘導

(1) 式 (5-5) について

式 (5-2) の S に関する積分は Fig. 5-1. より $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ の各面で行なわれるから

$$\iiint_V \frac{\partial C}{\partial t} dV + \sum_{i=1}^6 \iint_{S_i} \left\{ (uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x}) n_x + (vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y}) n_y + (wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z}) n_z \right\} dS_i = 0 \quad (\text{A-II-1})$$

と書ける。 n_x, n_y, n_z は各面 S_i における外向き法線ベクトルの x, y, z 成分であるから Fig. 5-1. を参考にして、次のようになる。

$$\left. \begin{array}{lll} \text{平面 } S_1 \text{ では} & n_x = -1, & n_y = 0, \quad n_z = 0 \\ \text{平面 } S_2 \text{ では} & n_x = 1, & n_y = 0, \quad n_z = 0 \\ \text{平面 } S_3 \text{ では} & n_x = 0, & n_y = -1, \quad n_z = 0 \\ \text{平面 } S_4 \text{ では} & n_x = 0, & n_y = 1, \quad n_z = 0 \\ \text{平面 } S_5 \text{ では} & n_x = 0, & n_y = 0, \quad n_z = -1 \\ \text{平面 } S_6 \text{ では} & n_x = 0, & n_y = 0, \quad n_z = 1 \end{array} \right\} \quad (\text{A-II-2})$$

また式(5-3)の S_2 平面における浮遊物質の流れは次のように算定される。沈殿池底面に次式で示されるような河床変動に関する合田の境界条件を適用する。

$$k w_p C + E_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (\text{A-11-3})$$

一方、 w は粒子の鉛直方向の速度成分であるが、これは流体の鉛直方向の速度成分 w_W と浮遊粒子自身の沈降速度 w_p とを合成したものであるから、

$$w = w_W - w_p \quad (\text{A-11-4})$$

と書ける。式(A-11-3)、(A-11-4)を式(5-3)の第5式に代入すると、

$$wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = (w_W - w_p) C_s - (-k w_p C_s)$$

となるが、沈殿池内の流体の鉛直方向の流れ w_W を無視すると、上式は

$$wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = -(1-k)w_p C_s \quad (\text{A-11-5})$$

となる。

式(A-11-1)に式(A-11-2)および式(5-3)の関係を代入して

$$\iiint_V \frac{\partial C}{\partial t} dV - u_{IN} C_{IN} S_1 + u_{OUT} C_{OUT} S_2 + (1-k)w_p C_s S_2 = 0 \quad (\text{A-11-6})$$

と変形される。沈殿池内の浮遊物質の濃度としては

$$\bar{C}(t) = \frac{1}{V} \iiint_V C(t, x, y, z) dV \quad (5-4)$$

のような体積平均濃度を用いるから、 $C_{OUT}(t)$ 、 $C_s(t)$ に対しては近似的に、

$$\bar{C}(t) \cong C_{OUT}(t) \cong C_s(t) \quad (\text{A-11-7})$$

が成立する。また流入水流量 Q_{IN} 、流出水流量 Q_{OUT} は

$$\left. \begin{aligned} Q_{IN} &= u_{IN} S_1 \\ Q_{OUT} &= u_{OUT} S_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-11-8})$$

である。したがって、式 (A-1-6) に式 (5-4), (A-1-7), (A-1-8) を用いて、次のような式 (5-5) の微分方程式が得られる。

$$\frac{d(V\bar{C})}{dt} = Q_{IN}C_{IN} - Q_{OUT}\bar{C} - (1-k)w_p S_s \bar{C} \quad (5-5)$$

(2) 式 (5-7) について

沈殿池内の流れを主流の x 方向のみと仮定すると式 (5-6) より

$$\frac{\partial \rho_W}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_W u_W)}{\partial x} = 0 \quad (A-1-9)$$

上式を沈殿池全体について積分し、Gauss-Ostrogradskii の定理を用いると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho_W dV - \iint_{S_1} \rho_W u_W dS_1 + \iint_{S_2} \rho_W u_W dS_2 = 0 \quad (A-1-10)$$

とかける。さらに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\rho}_W &= \frac{1}{V} \iiint_V \rho_W dV, & \bar{\rho}_{W_1} &= \frac{1}{S_1} \iint_{S_1} \rho_W dS_1 \\ \bar{\rho}_{W_2} &= \frac{1}{S_2} \iint_{S_2} \rho_W dS_2 \end{aligned} \right\} \quad (A-1-11)$$

とおき、 u_W を一定とみなすと、式 (A-1-8) を考慮して、

$$\frac{d}{dt} (\bar{\rho}_W V) - \bar{\rho}_{W_1} Q_{IN} + \bar{\rho}_{W_2} Q_{OUT} = 0 \quad (A-1-12)$$

となる。流体の密度は $\bar{\rho}_W \cong \bar{\rho}_{W_1} \cong \bar{\rho}_{W_2} \cong \text{constant}$ とみなせるから、

$$\frac{dV}{dt} = Q_{IN} - Q_{OUT} \quad (5-7)$$

となり、式 (5-7) が導かれる。

参 考 文 献

- 1) G. I. Taylor, "Dispersion of Salts injected into Large Pipes or the Blood Vessels of Animals, Applied Mechanics Reviews, Vol.6, No.6, 1953, pp.265~267.
- 2) Sir Geoffrey Taylor, "Dispersion of soluble Matter in Solvent flowing slowly through a Tube," Proceedings of the Royal Society of London, Section A, Vol.219, No.1137, 1953, pp.186~203.
- 3) Sir Geoffrey Taylor, "Conditions under which Dispersion of a Solute in a Stream of Solvent can be used to measure Molecular Diffusion," Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol.225, 1954, pp.473~477.
- 4) R. Aris, "On the Dispersion of a Solute in a Fluid flowing through a Tube," Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol.235, 1956, pp.67~77.
- 5) Sir Geoffrey Taylor, "The Present Position in the Theory of Turbulent Diffusion," Advances in Geophysics (edited by H. E. Coudsbery), Vol.6, 1959, pp.101~112.
- 6) R. Aris, "On the Dispersion of a Solute by Diffusion, Convection and Exchange between Phases," Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol.252, 1953, pp.538~550.
- 7) Attila A. Sooky, "Longitudinal Dispersion in Open Channels," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.95, No. HY4, 1969, pp.1327~1346.
- 8) Gedeon Dagan, "Dispersivity Tensor for Turbulent Uniform Channel Flow," Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.95, No. HY5, 1969, pp.1699~1712.
- 9) K. F. Bowden, "Horizontal Mixing in the Sea due to Shearing Current," Journal of Fluid Mechanics, Vol.21, 1965, pp.83~95.
- 10) K. F. Bowden, "The Mixing Processes in a Tidal Estuary," Air & Water Pollution, Vol.7, No.4/5, pp.343~356.
- 11) Sir Geoffrey Taylor, "The Dispersion of Matter in Turbulent Flow through a Pipe," Proceedings of the Royal Society of London, Vol.223, No.1155, May 1954, pp.446~468.
- 12) J. W. Elder, "Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow," Journal of Fluid Mechanics, Vol.5, 1959, pp.544~560.
- 13) S. Goldstein, "Modern Developments in Fluid Dynamics," Oxford at the Clarendon Press, Vol.2, 1950, pp.336~339.

- 14) 石原藤次郎, 本間 仁編:応用水理学Ⅰ(中Ⅰ), 丸善, 東京, 昭和33年1月, p.23.
- 15) 山田 進:流れ系における混合拡散係数に関する考察及び測定, 京都大学工学部卒業論文, 昭和44年3月, p.9.
- 16) Hugo B. Fischer, "A Note on the One-dimensional Dispersion Model, Air and Water Pollution, Vol.10, 1966, pp.443~452.

目 录

Fig. 1- 1. A Typical Tracer Response Curve	10
Fig. 1- 2. Two Ideal Limiting Cases of Mixing (1,2) and an Intermediate Case(3)	10
Fig. 1- 3. The Effect of Short-Circuiting (a), Dead Space (b), and Recycling (c).....	10
Fig. 1- 4. Schematic Representation of Eq. (1-6) for Perfect Mixing in Time Space	12
Fig. 1- 5. A Dimensionless Plot for the Graphical Solution of Eq. (1-20)	17
Fig. 2- 1. Definition Sketch for Dimensions of Settling Basin	36
Fig. 2- 2. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Mean Velocity u	43
Fig. 2- 3. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Fall Velocity w_p	44
Fig. 2- 4. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Length of Basin L	45
Fig. 2- 5. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Depth of Basin H	46
Fig. 2- 6. Relations between Concentration at Exit Water Surface C_{ES} and Dispersion Coefficient E	47
Fig. 2- 7. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Value of $k(1)$	47
Fig. 2- 8. Relations between Exit Cross Sectional Average Value of Concentration C_{EA} and Value of $k(2)$	47
Fig. 2- 9. Distribution of Sediment Concentration ($k > 0$)	48
Fig. 2-10. Distribution of Sediment Concentration ($k = 0$)	48
Fig. 2-11. Distribution of Sediment Concentration ($k < 0$)	48
Fig. 2-12. Flow Diagram of Dispersion Coefficient Measuring Apparatus	50
Fig. 2-13. Flow Diagram of Sediment Concentration Measuring Apparatus	51
Fig. 2-14. Dimensions of Model Basin	51
Fig. 2-15. Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Reynolds Number R_c	54
Fig. 2-16. Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Froude Number F	54
Fig. 2-17. Particle Size Distribution of CaCO_3	55

Fig. 2-18. Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Value of k (1)	56
Fig. 2-19. Relations between Longitudinal Dispersion Coefficient E_x and Value of k (2)	57
Fig. 2-20. Relations between Value of k and Reynolds Number R_e	57
Fig. 2-21. Relations between Value of k and Froude Number F	57
Fig. 3-1(a). Critical Depth	65
Fig. 3-1(b). Optimum Depth	65
Fig. 3- 2. Relations between Removal Efficiency η and Value of $w_p/(Q/A)$	69
Fig. 3- 3. Relations between Removal Efficiency η and Value of λL	70
Fig. 3- 4. Relations between Removal Efficiency η and Value of k	70
Fig. 3- 5. Relations between Removal Efficiency η and Value of pq	70
Fig. 3- 6. Variations of Removal Efficiency η with Type of Models (1, 2, 3)	73
Fig. 3- 7. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (V, B : constant)	74
Fig. 3- 8. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (V, L : constant)	74
Fig. 3- 9. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, L : constant)	75
Fig. 3-10. Relations between Removal Efficiency η and Depth H (Q, B : constant)	75
Fig. 3-11. Relations between Plane Area A and Depth H	76
Fig. 3-12. Relations between Removal Efficiency η and Depth H	77
Fig. 4- 1. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (1) ($C_I=0, k=0$)	83
Fig. 4- 2. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (2) ($C_I=0, k=0.5$)	84
Fig. 4- 3. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (3) ($C_I/C_B=1, k=0$)	84
Fig. 4- 4. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (4) ($C_I/C_B=1, k=0.5$)	85
Fig. 4- 5. Transient Characteristics of Sediment Concentration at Exit Section	85
Fig. 4- 6. Relations between Dimensionless Concentration C/C_B and Discharge Q at Various Times (1) ($k=0$)	86
Fig. 4- 7. Relations between Dimensionless Concentration C/C_B and Discharge Q at Various Times (2) ($k=0.5$)	87
Fig. 4- 8. Relations between Value of C_I/C_∞ and Value of k	89
Fig. 4- 9. Relations between Sediment Concentration (C_I, C_∞)	91
Fig. 4-10. Relations between Value of C_I/C_∞ and Fall Velocity w_p	91

Fig. 4-11. Variations of Value of C_1/C_∞ and Sediment Concentration C_∞ with Depth H	93
Fig. 4-12. Relations between Value of C_1/C_∞ and Length L	93
Fig. 4-13. Distribution of Sediment Concentration in ($C/C_B - \tau - \lambda$) Space	96
Fig. 4-14. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Varioue Times (1) A	97
Fig. 4-14. Continued B	97
Fig. 4-15. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (1) A	97
Fig. 4-15. Continued B	98
Fig. 4-16. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Time (2)	99
Fig. 4-17. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (2)	99
Fig. 4-18. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (3) A	100
Fig. 4-18. Continued B	100
Fig. 4-18. Continued C	100
Fig. 4-19. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (3) A	101
Fig. 4-19. Continued B	101
Fig. 4-19. Continued C	101
Fig. 4-20. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (4) A	102
Fig. 4-20. Continued B	102
Fig. 4-21. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (4) A	103
Fig. 4-21. Continued B	103
Fig. 4-22. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (5)	104
Fig. 4-23. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (5)	104
Fig. 4-24. Distribution of Sediment Concentration in a Basin at Various Times (6) A	105
Fig. 4-24. Continued B	105
Fig. 4-24. Continued C	105
Fig. 4-25. Relations between Sediment Concentration at Inlet Section and that of Outlet Section (6)	106
Fig. 4-26. Relations between Gain and $\omega T(1)$	110
Fig. 4-27. Relations between Gain and $\omega T(2)$	110

Fig. 4-28. Relations between Phase Shift and ωT (1)	111
Fig. 4-29. Relations between Phase Shift and ωT (2)	111
Fig. 5- 1. Definition Sketch for Surfaces of Rectangular Settling Basin	117
Fig. 5- 2. Variations of \hat{C} , \hat{C}_{IN} , \hat{V} and k with τ (1)	124
Fig. 5- 3. Variations of \hat{C} , \hat{C}_{IN} , \hat{V} and k with τ (2)	124
Fig. 5- 4. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (1) (a)	126
Fig. 5- 4. Continued (b)	127
Fig. 5- 4. Continued (c)	127
Fig. 5- 4. Continued (d)	128
Fig. 5- 5. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (2) (a)	129
Fig. 5- 5. Continued (b)	129
Fig. 5- 6. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (3)	130
Fig. 5- 7. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$ (4)	130
Fig. 5- 8. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with QE/QIM (1)	131
Fig. 5- 9. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with QE/QIM (2)	132
Fig. 5-10. Variations of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with τ_s	133
Fig. 5-11. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (1)	141
Fig. 5-12. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (2)	142
Fig. 5-13. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (3)	142
Fig. 5-14. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (4)	143
Fig. 5-15. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (5)	143
Fig. 5-16. Variations of Discharge Q , Effluent Concentration C and Volume V with Time τ (6)	144
Fig. 5-17. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (1)	145
Fig. 5-18. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (2)	145
Fig. 5-19. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (3)	145
Fig. 5-20. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (4)	146
Fig. 5-21. Variations of Effluent Concentration C and C_{opt} with Time τ (5)	146
Fig. 6- 1. A Model for Behaviour of Phytoplanktons in Lakes and Marshes	150

表 目 錄

Table 2-1. Variations of Exit Concentration Averaged in a Cross Section C_{EA} , Concentration at Exit Water Surface C_{ES} , and Dimensionless Numbers (a, b_1, b_2, h, l) with Mean Velocity u	44
Table 2-2. Variations of Exit Concentration Averaged in a Cross Section C_{EA} , Concentration at Exit Water Surface C_{ES} , and Dimensionless Numbers (a, b_1, b_2, h, l) with Fall Velocity w_p	45
Table 2-3. Observed Dispersion Coefficients E_x and E_z	53
Table 2-4. Calculated Scouring Parameter k and Experimental Conditions	55
Table 3-1. Variations of Percentage Removal with Dimensionless Numbers $(r \text{ and } pq)(A), (B)$	71
Table 3-1. Continued $(C), (D)$	71
Table 3-2. Experimental Values of η	76
Table 3-3. Calculated Values of η (with E_q . (3-24))	77
Table 4-1. Variations of Concentration C_1 and C_{∞} , Asymptotic Rate C_1/C_{∞} , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, γ) with Discharge Q	88
Table 4-2. Variations of Concentration C_1 and C_{∞} , Asymptotic Rate C_1/C_{∞} , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, γ) with Fall Velocity w_p	90
Table 4-3. Variations of Concentration C_1 and C_{∞} , Asymptotic Rate C_1/C_{∞} , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, γ) with Depth H	92
Table 4-4. Variations of Concentration C_1 and C_{∞} , Asymptotic Rate C_1/C_{∞} , Detention Time T , Scouring Parameter k , and Dimensionless Numbers (α, β, γ) with Length L	92
Table 4-5. Variations of Dimensionless Numbers (α, β, γ) with Value of Q, H, L and w_p	106
Table 4-6. Variations of Gain and Phase Shift with Flow Rate Q (1)	112
Table 4-7. Variations of Gain and Phase Shift with Length L (2)	113
Table 4-8. Variations of Gain and Phase Shift with Fall Velocity w_p (3)	113
Table 5-1. Variations of $\hat{C}_m, \hat{\sigma}_C, \hat{V}_m, \hat{\sigma}_V$ and $(E_1 + E_2)$ with Q_E/Q_{IM} (1)	132
Table 5-2. Variations of $\hat{C}_m, \hat{\sigma}_C, \hat{V}_m, \hat{\sigma}_V$ and $(E_1 + E_2)$ with Q_E/Q_{IM} (2)	133

Table 5-3. Variations of Weighting Factors(a_1, a_2), Value of Objective Function X and Total Discharge SQ	140
Table 5-4. Average Concentrations in Case of Optimum Operation and in Case of Nonoptimum Operation	146

謝

辞

本論文は京都大学工学部衛生工学教室において約7年間にわたって行なった研究をまとめたものです。本研究を進めるに当り、高松武一郎先生（京都大学教授）から研究全般について懇切な御指導を頂き心から感謝致します。つとめて自己の個性を出そうとしたつもりですが、やはり随所に高松色が出ており、先生の影響力の強さには驚いております。この間とくに内藤正明先生（環境庁）には細部について御指導を頂き非常にお世話になりました。

また、井上頼輝先生（京都大学教授）には井上研究室に助手として在勤中に特に本研究の応用面についての種々の有益な御助言を頂き、その上、本研究遂行上格別の御配慮を賜わり誠に感謝に堪えません。

そもそも、本研究が沈澱物の再浮上と結びつけて始められるようになったのは合田健先生（京都大学教授）から先生の学位論文をお借りしたのがきっかけです。以来、合田先生の研究業績を先生の研究論文より学び、とくに河床洗掘に関する境界条件を本研究に拝借させて頂いていることを明かにして感謝の気持を表わしたいと思います。

本研究に関して修士論文の段階において末石富太郎先生（京都大学教授）には種々の御助言を賜りましたが、とくに2次元モデルでの数値計算上の誤りを御指摘頂き、この誤りを訂正し得たことは誠に幸いでありました。

さらに、橋本伊織先生（京都大学助教授）には最適操作に関して御助言を、山田進氏（田熊汽缶）には第2章の実験に際して、上田育世氏（京都大学大学院）には第3章の実験に際して、それぞれの御協力を頂き感謝致します。

なお、本論文をまとめるに際し、伊藤龍象先生（大阪大学教授）より沈澱池モデルの底面の境界条件について輸送現象論的立場から熱心な御討議を賜りました。

最後に、共に学んだ岡本雄治氏（神戸市役所）その他の高松研究室および井上研究室の人々が快適な研究環境を作り出してくれた事に対して感謝致します。